

Rua Trípoli, 92 conj. 36 - CEP 05303-020 - São Paulo - SP - Tel: 11 3826-5954

www.ibts.org.br





INSTITUTO BRASILEIRO
DE TELAS SOLDADAS

Estudo do Comportamento de Estruturas de Concreto Armado com **Telas Soldadas e Armaduras CA 50**

Estudos de Caso



Estudo do Comportamento de Estruturas de Concreto Armado com Telas Soldadas e Armaduras CA 50

Estudos de Caso

Colaboradores Técnicos

EGT Engenharia

Eng.º Fernando Robouças Stucchi

Eng.º Gilson Fujii

Eng.ª Paula Araújo Carteado

São Paulo, 2009

SUMÁRIO

Objetivo	3
Estudos de Caso	3
CASO 1	4
Análise da Estrutura	5
Consideração da Largura Colaborante no Modelo	10
Verificação no Estado Limite Último (E.L.U.)	11
Verificação da Armadura Superior na Direção X	11
Conclusão	12
Verificação da Armadura Superior na Direção Y	13
Conclusão	14
Verificação da Armadura Inferior na Direção X	16
Verificação da Armadura Inferior na Direção Y	17
Verificação no Estado Limite de Serviço	18
Verificação no Estado Limite de Fissuração	18
Tensão de Tração na Armadura no Estádio II	19
Conclusão	20
CASO 2	21
Verificação no Estado Limite Último (E.L.U.)	25
Painel L. 13	25
Verificação da Armadura Inferior na Direção X	25
Conclusão	27
Verificação da Armadura Inferior na Direção Y	27
Conclusão	29
Verificação da Armadura Superior na Direção X	30
Verificação da Armadura Superior na Direção Y	31
Painel L. 11 (interno)	32
Verificação da Armadura Inferior na Direção X	32
Conclusão	33
Verificação da Armadura Inferior na Direção Y	34
Conclusão	35
Verificação da Armadura Superior na Direção X	36
Verificação da Armadura Superior na Direção Y	37
Verificação no Estado Limite de Serviço (E.L.S.)	41
Verificação no Estado Limite de Fissuração	41
Conclusão	43
Painel L. 11	44
Conclusão	45
Considerações Finais	46
CONCLUSÃO FINAL	46

Estudo do Comportamento de Estruturas de Concreto Armado com Telas Soldadas e Armaduras CA 50

Objetivo

O objetivo deste estudo é analisar o comportamento estrutural de uma peça de concreto armado com diferentes tipos de aço. Por exemplo, uma peça armada com barras de aço CA 50 e telas soldadas CA 60. Ou ainda uma peça de concreto protendido onde são utilizadas barras de aço CA 50 e cordoalhas de aço de protensão (CP 190RB, CP 175RB).

Neste estudo, analisamos dois casos práticos de utilização de barras CA 50 juntamente com telas soldadas. O primeiro caso constitui-se de lajes pré-moldadas solidarizadas com capa de concreto; e o segundo caso constitui uma laje moldada “in loco”. Em ambos os casos o concreto utilizado tem resistência à compressão igual a 30 MPa.

ESTUDOS DE CASO

Caso 1: Trata-se de uma laje de uma fábrica de papel onde a sobrecarga é de $1,50 \text{ tf} / \text{m}^2$. A laje é composta de uma pré-laje de altura igual a 15,0 cm mais uma capa de concreto, onde são utilizados barras de aço CA 50 e tela soldada CA 60 com espessura de 13 cm.

Caso 2: Trata-se de uma laje de um edifício convencional com sobrecarga de $0,400 \text{ tf} / \text{m}^2$. A laje é moldada “in loco” e tem espessura de 14,0 cm. A armadura inferior constitui-se de barras CA 50 mais tela soldada CA 60.

CASO 1

O trecho da laje escolhido para estudo é o que se encontra entre os eixos G e J; 8 e 9, como mostrado na Figura 1.

As dimensões das peças e a forma da estrutura estão apresentadas na Figura 2.

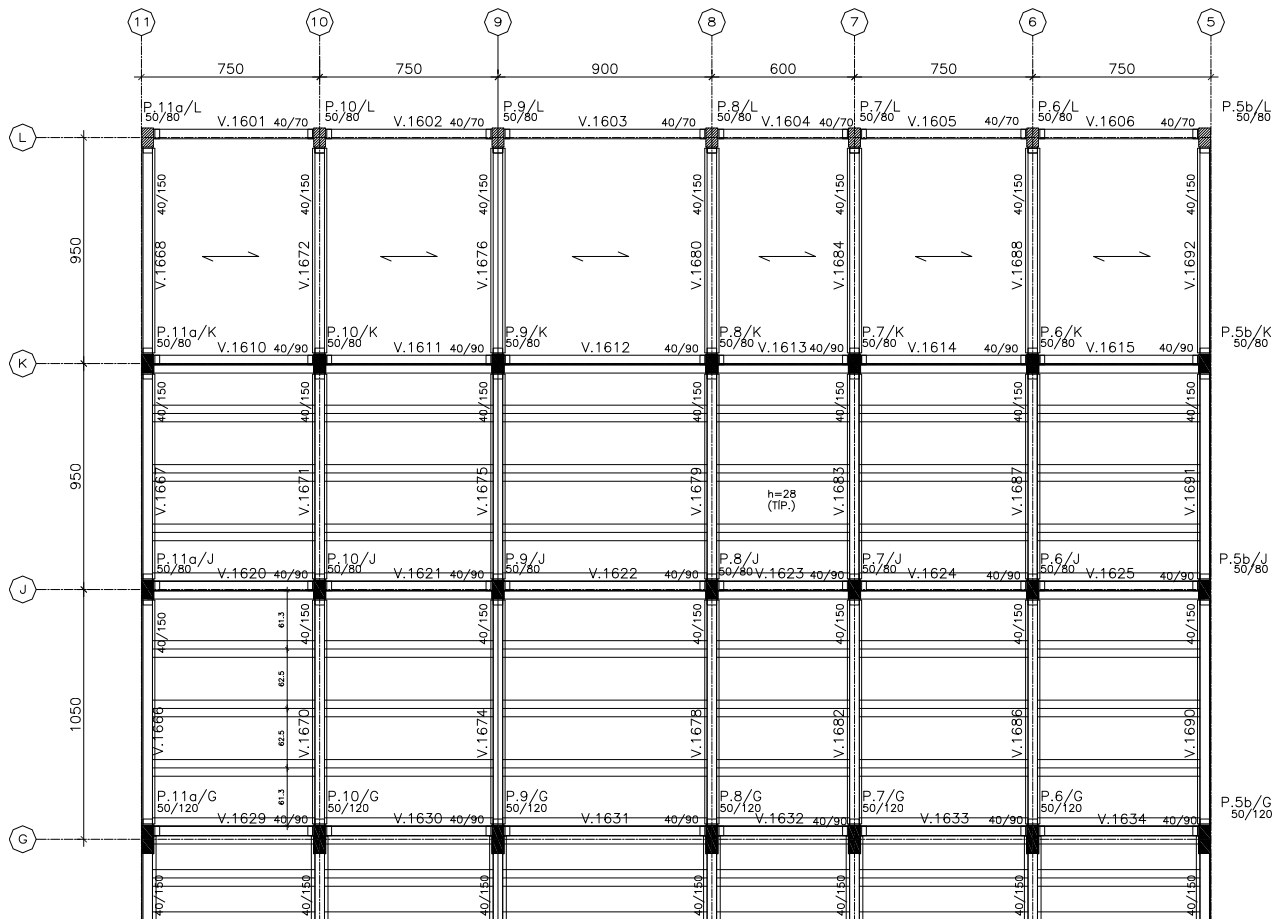


Figura 1

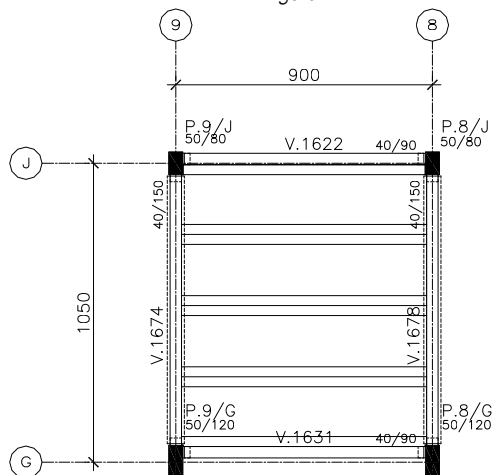


Figura 2

ANÁLISE DA ESTRUTURA

Foi utilizado um modelo computacional em elementos finitos no programa STRAP para o cálculo dos esforços solicitantes na laje estudada.

As Figuras 4 a 10 apresentam o croqui, os mapas de contorno dos esforços e diagramas de momentos fletores nas direções x e y para os carregamentos permanente e variável.

Podemos considerar que esta laje é construída por fases. A primeira fase depois da montagem das lajes pré-moldadas, constitui-se de um sistema estrutural isostático. Após a concretagem da capa, a estrutura fica contínua.

Assim, ela é isostática para o peso próprio ($h = 15,0$ cm) e contínua para as outras cargas ($h = 28,0$ cm).

Com o passar do tempo, por adaptação por fluência, parte do peso próprio passa de um esquema estrutural para outro, como na Figura 3.

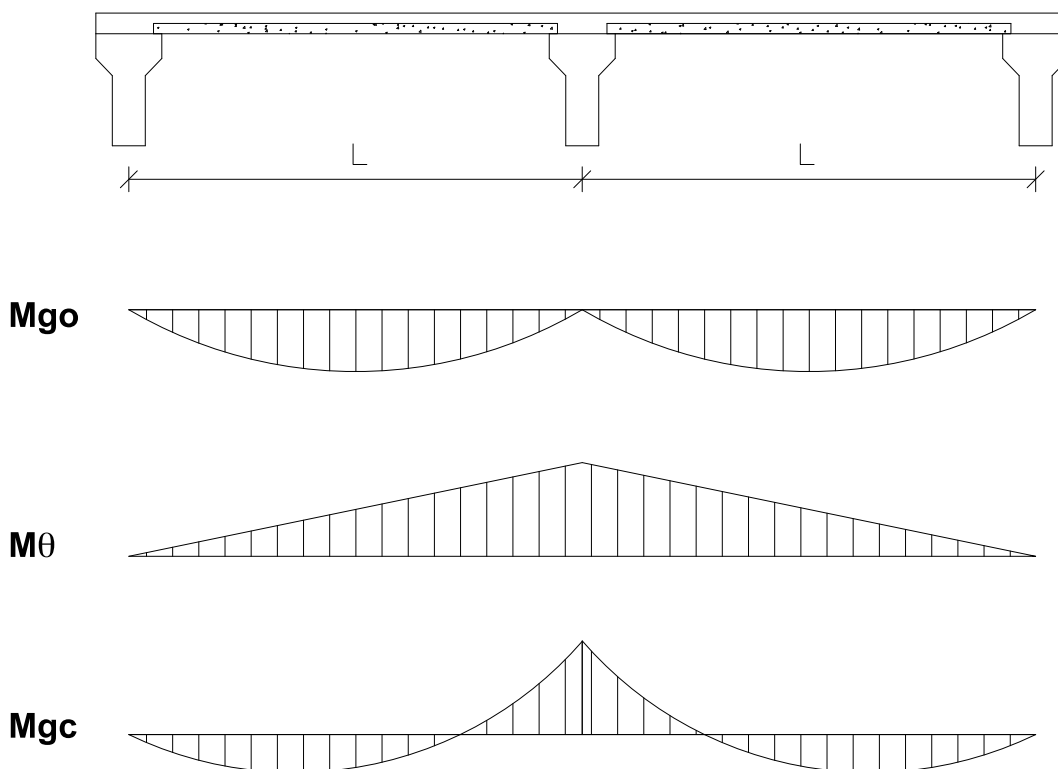


Figura 3

Supondo os diagramas acima, pode-se escrever que:

$$M_g = M_{gc} + M_{\theta_o}$$

ou seja, o diagrama que corresponde a viga isostática carregada após a concretagem da capa de concreto é igual a soma dos diagramas de momento da viga contínua e de momento devido a rotação no apoio central de um ângulo θ (M_{θ}).

O momento M_{θ} é gerado devido a deformação da peça. Inicialmente num instante $t=0$, ele é igual a $M_{\theta 0} = q \cdot l^2 / 8$. Com o passar do tempo, ele tende a zero, devido a fluência do concreto, sendo $M_{\theta} = M_{\theta 0} \cdot e^{-\varphi}$.

O coeficiente φ é chamado de coeficiente de fluência, e é calculado, segundo a norma NBR 6118:2003, em função de uma série de fatores que influenciarão na adaptação dos esforços na peça por fluência, como a umidade relativa do ambiente, espessura fictícia da peça, idade do concreto, deformação lenta reversível, etc.

Assim, tem-se que:

$$Mg = Mgc + M\theta_0$$

$$Mg_{\infty} = Mgc + M\theta_0 \times e^{-\varphi}$$

Com:

$$Mgc = \frac{q \times \ell^2}{8}$$

$$Mg_{\infty} = M\theta_0 \times e^{-\varphi}$$

O valor do coeficiente φ para a estrutura estudada é igual a 1,5.

Assim, para o momento negativo tem-se:

$$Mg_{\infty} = \frac{g \times \ell^2}{8} + \frac{g \times \ell^2}{8} \times e^{-1,5}$$

$$Mg_{\infty} = \frac{g \times \ell^2}{8} \times (1 - e^{-1,5})$$

$$Mg_{\infty} = 0,8 \times \frac{g \times \ell^2}{8}$$

$$Mg_{\infty} = 0,8 \times Mgc$$

Ou seja, o momento fletor de peso próprio no apoio cresce, ao longo do tempo, de 0 a 80% do momento fletor da viga contínua no apoio.

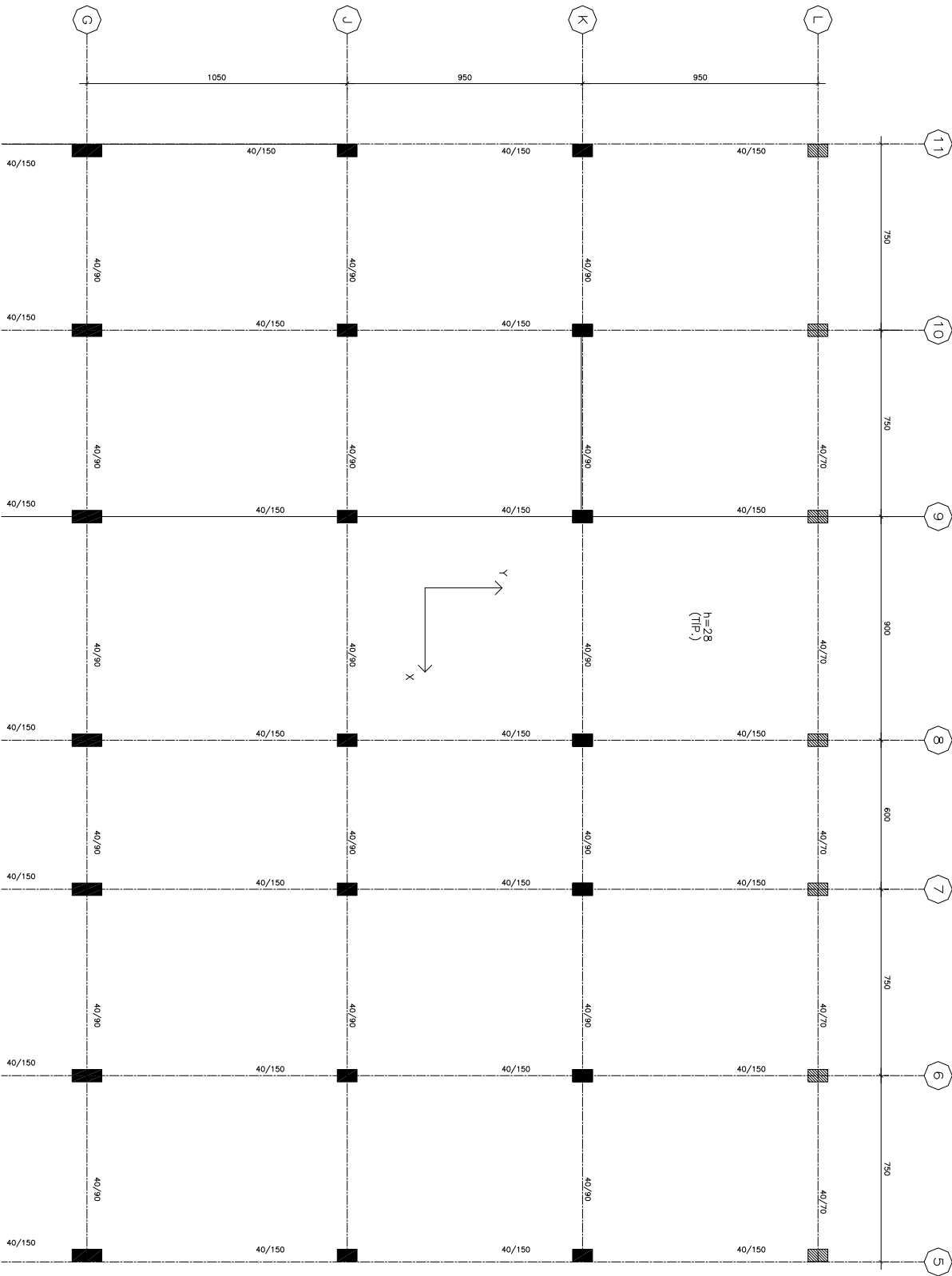


Figura 4 - Croqui do Modelo STRAP

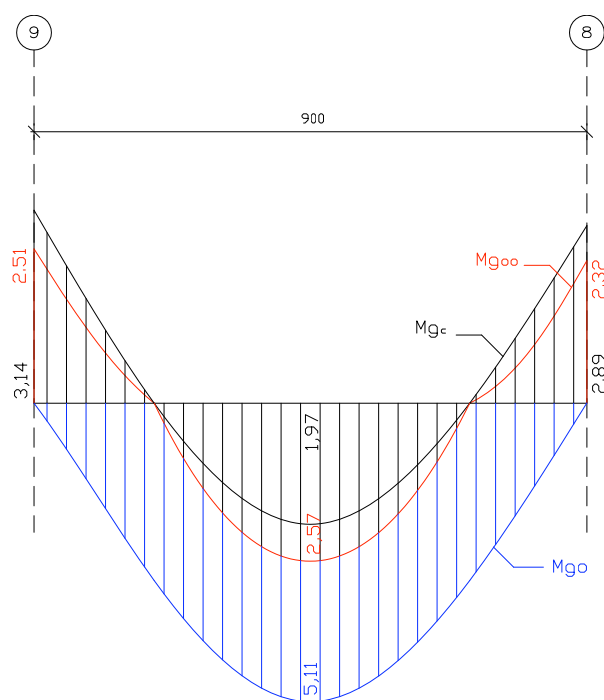


Figura 5 - Diagramas $M_{x,go}$, $M_{x,goo}$ e $M_{x,gc}$ (devido ao peso próprio)

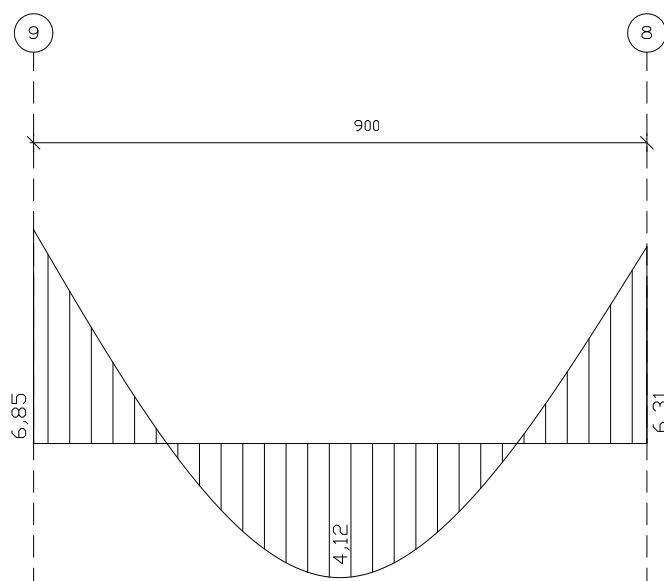


Figura 6 - Diagrama $M_{x,sc}$ (devido a sobrecarga)

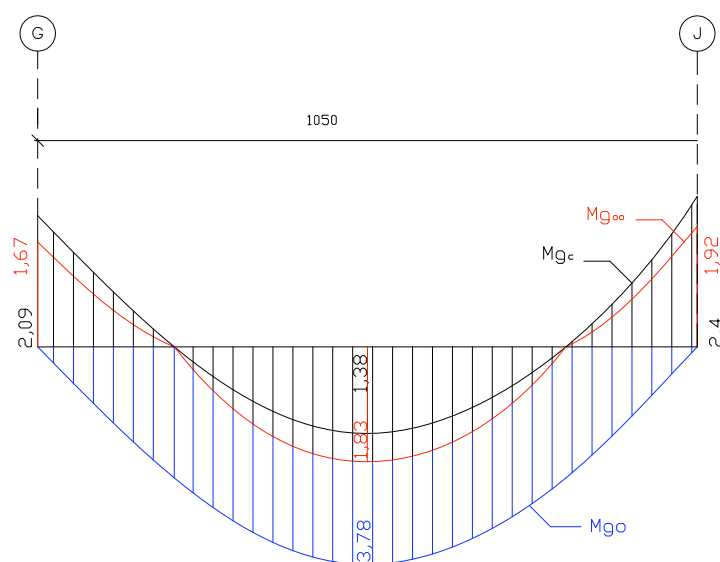


Figura 7: Diagramas $M_{y,go}$, $M_{y,goo}$ e $M_{y,gc}$ (devido ao peso próprio)

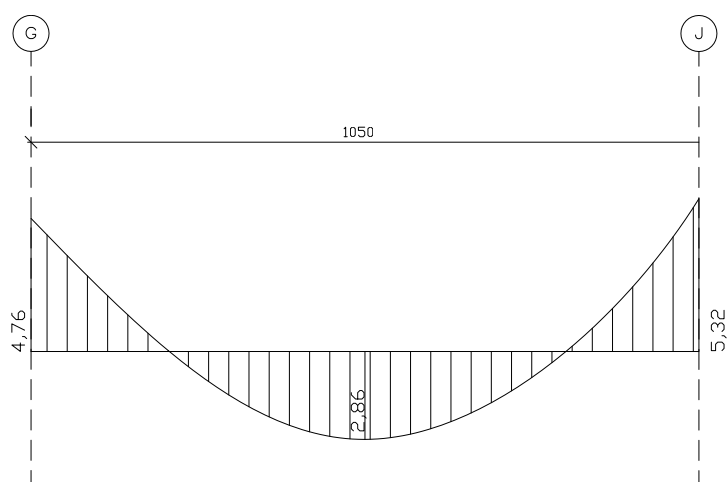


Figura 8: Diagrama $M_{y,sc}$ (devido a sobrecarga)

Consideração da largura colaborante no modelo

O modelo utilizado para análise da laje não considera automaticamente a ação conjunta de lajes e vigas, porque o CG da viga foi posto no nível da laje.

Portanto, a NBR 6118:2003 recomenda a consideração de uma largura colaborante, compondo uma seção transversal T para as vigas, de forma que as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos na estrutura se tornem mais realistas.

Desta forma:

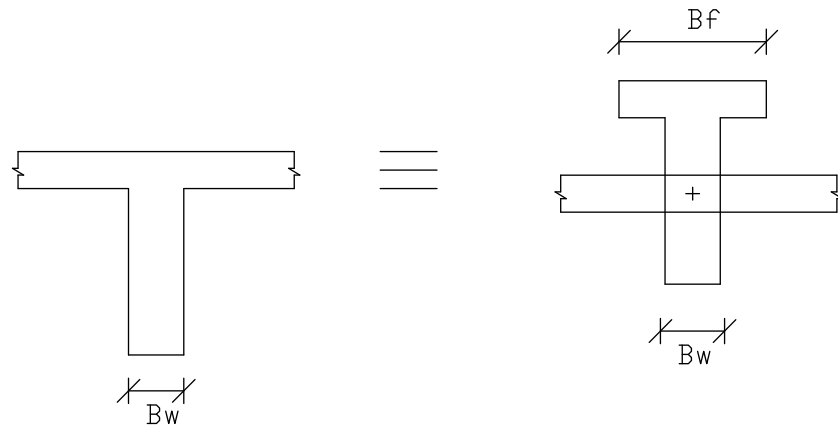


Figura 9: Largura colaborante equivalente para o modelo

Para o trecho estudado, entre os eixos 8 e 9, G e J, temos continuidade da laje em todas as extremidades. Para isso, a norma recomenda:

$$B_F = B_w + 0,1 \times (0,6 \times L)$$

Sendo:

L = largura do vão

B = largura colaborante total

- Eixo J: (40/90) $B_F = 40 + 0,06 \times 910 + 0,06 + 1010 = 155,2 \text{ cm}$

- Eixo G: (40/90) $B_F = 40 + 0,06 \times 910 + 0,06 + 320 = 113,8 \text{ cm}$

- Eixo 8: (40/90) $B_F = 40 + 0,06 \times 860 + 0,06 + 560 = 125,2 \text{ cm}$

- Eixo 9: (40/90) $B_F = 40 + 0,06 \times 710 + 0,06 + 860 = 134,2 \text{ cm}$

VERIFICAÇÃO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO (E.L.U.)

Em seguida será feita a análise do equilíbrio das seções de máxima solicitação para momentos negativos e positivos, direções x e y.

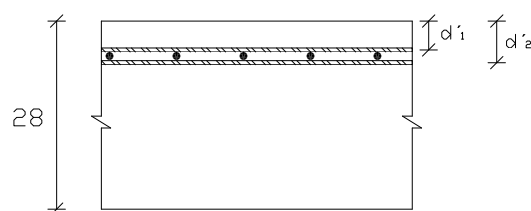
Assim, deve-se escrever as equações de equilíbrio dos esforços normais e de momentos fletores, considerando as hipóteses de deformação e de tensões no concreto, nas barras de aço CA 50 e na tela soldada CA 60. O f_{ck} é de 30 MPa.

No equilíbrio, para cada direção dos esforços, as hipóteses inicialmente adotadas devem ser verificadas para que sejam consideradas verdadeiras, caso contrário, novas hipóteses devem ser adotadas e um novo equilíbrio verificado. Este processo iterativo deve parar quando a hipótese for verificada.

Em seguida, as Figuras 12 e 13 apresentam as armações superior e inferior da laje estudada.

Verificação da Armadura Superior na Direção X

$$M_{d,x} = 1,35 \times 2,51 + 1,5 \times 6,85 = 13,7 \text{ tf.m}$$



• Tela Q 283 - CA 60 ($f_{yk} = 600 \text{ MPa}$)

• Armadura Frouxa - CA 50 ($f_{yk} = 500 \text{ MPa}$)

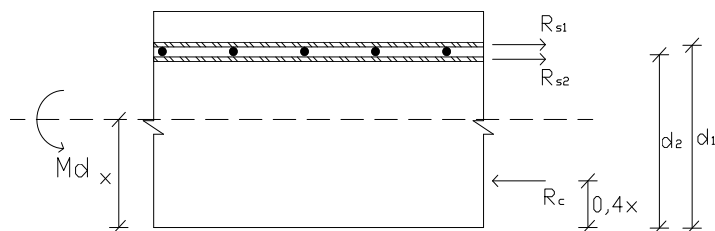
• $As_1 = As_{\text{TELA}} = 2,83 \text{ cm}^2/\text{m}$

$d_1' = 4,0 + 0,6/2 = 4,3 \text{ cm}$ ($\phi = 6,0 \text{ mm}$)

• $As_2 = \text{Armadura Frouxa} - \text{CA 50}$

$d_2' = 4,0 + 0,6 \times 2 + 1,0/2 = 5,7 \text{ cm}$

Equilíbrio na seção:



• $d_1 = 28 - 4,3 = 23,7 \text{ cm}$

• $d_2 = 28 - 5,7 = 22,3 \text{ cm}$

Hipótese de verificação:

i) Domínio 2 de deformação: $0 < x < x_{23} = 0,259 \times d$

ii) Armadura da tela escoando: $\epsilon_{s,1} = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600/1,15 \text{ (MPa)}$

Armadura frouxa escoando: $\epsilon_{s,2} = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500/1,15 \text{ (MPa)}$

iii) Encurtamento do concreto na borda comprimida: $0 < \epsilon_c \leq 3,5\text{‰}$

$$R_c = R_{s,1} + R_{s,2}$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_{s,1} \times \sigma_{s,1} + A_{s,2} \times \sigma_{s,2}$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = 2,83 \times 10^{-4} \times \frac{60000}{1,15} + A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 43478,26 \times A_{s,2} + 14,765$$

$$R_c \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,x}$$

(Equilíbrio de Momentos)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,x}$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,237 - 0,4 \times x) - A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15} \times (0,057 - 0,043) = 13,7$$

$$345,3429 \times x - 582,857 \times x^2 - 608,6956 \times A_{s,2} = 13,7$$

$$x = 0,046m = 4,6cm$$

$$A_{s,2} = 11,9cm^2 / m$$

Verificação das Hipóteses:

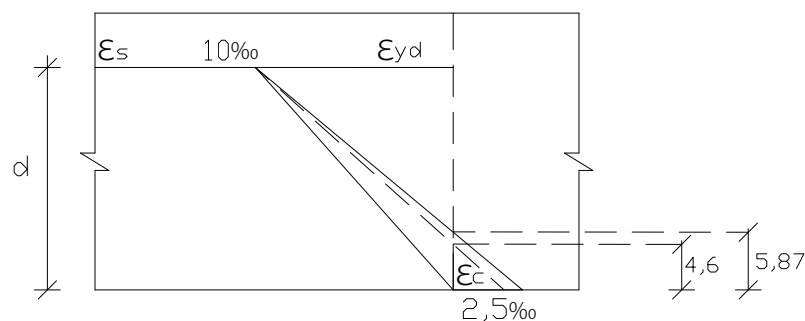
i) Domínio 2 de deformação:

$$x_{23} = 0,259 \times 22,7 = 5,87 > 4,6cm$$

ii) Armadura da tela escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15$ (MPa)Armadura frouxa escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500 / 1,15$ (MPa)iii) Encurtamento do concreto na borda comprimida: $0 < \varepsilon_c \leq 3,5\text{‰}$

$$\varepsilon_c = 0,01 \times x / (d - x) = 0,01 \times 4,6 / (22,7 - 4,6)$$

$$\varepsilon_c = 2,5\text{‰} < 3,5\text{‰}$$

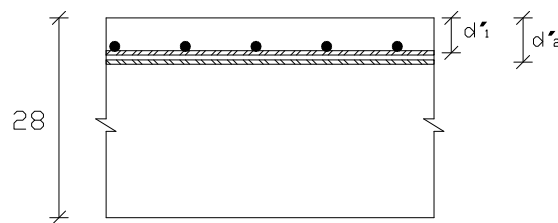


Conclusão

Desta maneira, conclui-se que o equilíbrio interno na seção está respeitado e ela está no domínio 2 de deformação. A linha neutra encontra-se a 4,6 cm da borda inferior (mais comprimida) e as armaduras da tela e frouxa estão escoando. Portanto, as armaduras estão adequadas.

Verificação da Armadura Superior na Direção Y

$$M_{d,y}^- = 1,35 \times 1,92 + 1,5 \times 5,32 = 10,6 \text{ tf.m}$$



• Tela Q 283 - CA 60 ($f_{yk} = 600 \text{ MPa}$)

• Armadura Frouxa - CA 50 ($f_{yk} = 500 \text{ MPa}$)

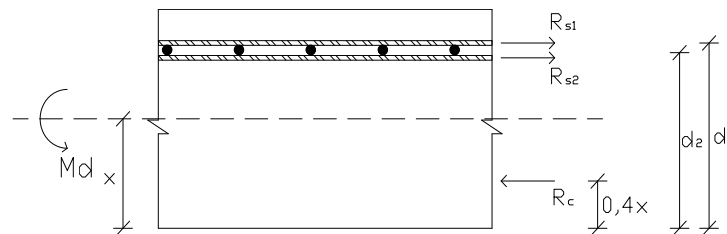
• $As_{1,1} = As_{TELA} = 2,83 \text{ cm}^2/\text{m}$

$d_1' = 4,0 + 0,6/2 = 5 \text{ cm}$ ($\phi = 6,0 \text{ mm}$)

• $As_2 = \text{Armadura Frouxa} - \text{CA 50}$

$d_2' = 4,0 + 0,6 \times 2 + 1,0 / 2 = 5,7 \text{ cm}$

Equilíbrio na seção:



• $d_1 = 28 - 5,0 = 23,0 \text{ cm}$

• $d_2 = 28 - 5,7 = 22,3 \text{ cm}$

Hipótese de verificação:

i) Domínio 2 de deformação: $x < x_{23} = 0,259 \times d$

ii) Armadura da tela escoando: $\epsilon_{s,1} = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15 \text{ (MPa)}$

Armadura frouxa escoando: $\epsilon_{s,2} = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500 / 1,15 \text{ (MPa)}$

iii) Encurtamento do concreto na borda comprimida: $0 < \epsilon_c \leq 3,5\text{‰}$

$$R_c = R_{s,1} + R_{s,2}$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_{s,1} \times \sigma_{s,1} + A_{s,2} \times \sigma_{s,2}$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = 2,83 \times 10^{-4} \times \frac{60000}{1,15} + A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 43478,26 \times A_{s,2} + 14,765$$

$$R_c \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,y}^-$$

(Equilíbrio de Momentos)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,y}^-$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,23 - 0,4 \times x) - A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15} \times (0,057 - 0,05) = 10,6$$

$$x = 0,034m = 3,4cm$$

$$A_{s,2} = 8,14cm^2 / m$$

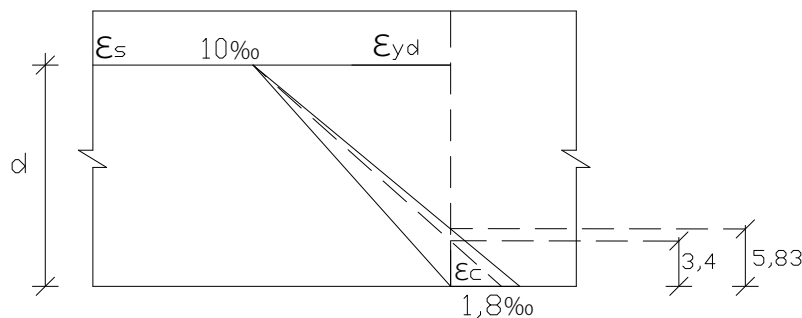
Verificação da Hipótese:

i) Domínio 2 de deformação:

$$x_{23} = 0,259 \times 22,5 = 5,83 > 3,4cm$$

ii) Armadura da tela escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15$ (MPa)Armadura frouxa escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500 / 1,15$ (MPa)iii) $\varepsilon_c = 0,01 \times x / (d - x) = 0,01 \times 3,4 / (22,5 - 3,4)$

$$\varepsilon_c = 1,8\text{‰} < 3,5\text{‰}$$



Conclusão

Desta maneira, conclui-se que a seção está em equilíbrio e está no domínio 2 de deformação. A linha neutra encontra-se a 3,4 cm da borda inferior (mais comprimida) e as armadura da tela e frouxa estão escoando. Portanto, as armaduras obtidas estão adequadas.

Nota

Pode ocorrer de a seção não estar em equilíbrio do domínio 2. Supomos então que ela esteja no domínio 3 de deformação. Nesses casos, a verificação da seção segue as seguintes hipóteses:

Hipótese de Verificação:

iv) Domínio 3 de deformação: $x_{23} < x < x_{34} = 0,259 \times d < x < 0,628 \times d$

v) Armadura da tela escoando: $\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s < 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600/1,15$ (MPa)

Armadura frouxa escoando: $\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s < 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500/1,15$ (MPa)

vi) Encurtamento do concreto na borda comprimida: $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$

Após fazer o equilíbrio de forças e momentos da seção, encontramos o valor de x (posição da linha neutra). Fazemos então seguinte verificação da hipótese adotada:

iv) Domínio 3 de deformação:

$x_{23} = 0,259 \times d$ e $x_{34} = 0,628 \times d$

$x_{23} \leq x \leq x_{34}$ ok Dom 3

v) Armadura da tela escoando:

$\varepsilon_{s,1} = (0,0035 \times (d_1 - x) / x) - 0,0035 \rightarrow \varepsilon_{yd} = 2,07\text{‰} \leq \varepsilon_{s,1} \leq 10\text{‰}$

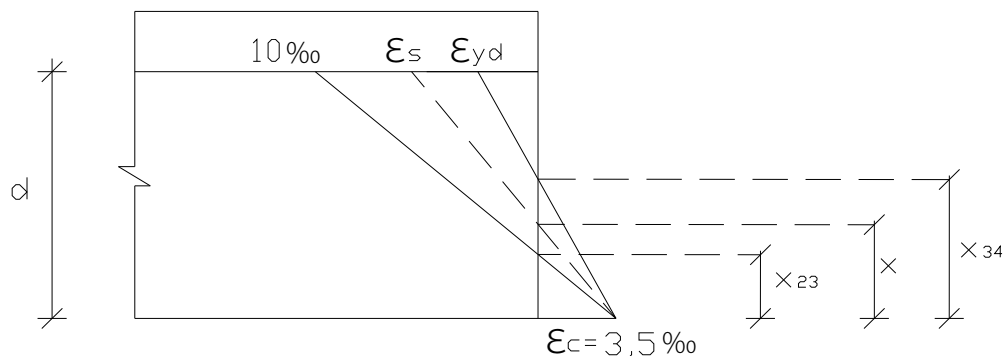
$\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600/1,15$ (MPa)

Armadura frouxa escoando:

$\varepsilon_{s,2} = (0,0035 \times (d_2 - x) / x) - 0,0035 \rightarrow \varepsilon_{yd} = 2,07\text{‰} \leq \varepsilon_{s,2} \leq 10\text{‰}$

$\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500/1,15$ (MPa)

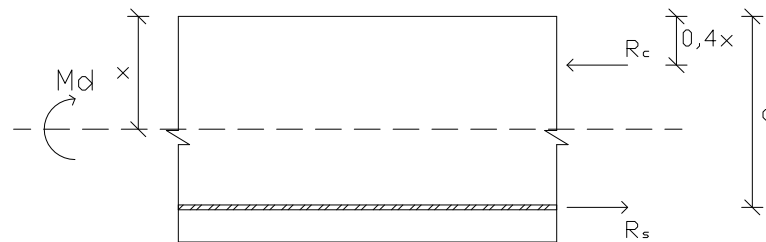
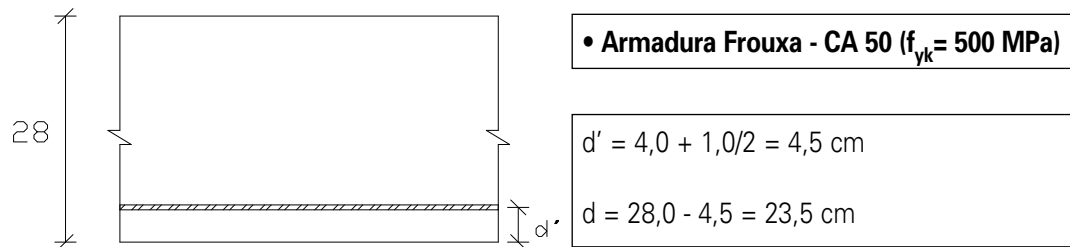
vi) Encurtamento do concreto na borda mais comprimida: $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$



Uma vez verificadas todas as hipóteses para o domínio 3, a seção estará em equilíbrio e as armaduras calculadas adequadas.

Verificação da Armadura Inferior na Direção X

$$M_{d,x}^+ = 1,35 \times 2,57 + 1,5 \times 4,12 = 9,65 \text{ tf.m}$$



$$R_c = R_s$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_s \times f_{yd}$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = A_s \times \frac{50000}{1,15}$$

$$A_s = 0,0335 \times x$$

$$R_c \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,y}^+$$

(Equilíbrio de Momentos)

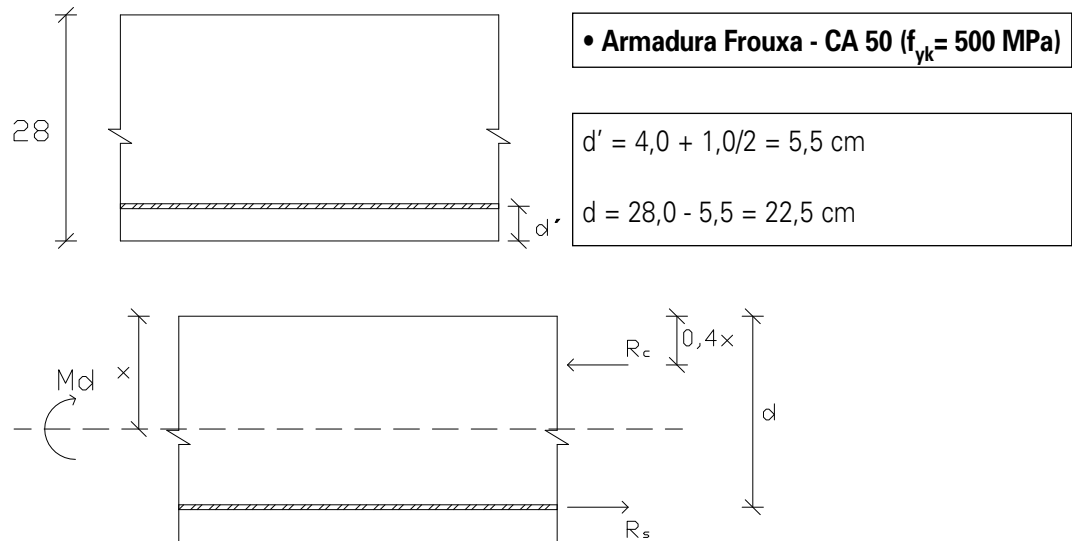
$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,235 - 0,4 \times x) = 9,65$$

$$x = 0,0297 \text{ m} = 2,97 \text{ cm}$$

$$A_s = 9,4 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \phi 12,5 \text{ c} / 12,5$$

Verificação da Armadura Inferior na Direção Y

$$M_{d,y}^+ = 1,35 \times 1,83 + 1,5 \times 2,86 = 6,76 \text{ tf.m}$$



$$R_c = R_s$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_s \times f_{yd}$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = A_s \times \frac{50000}{1,15}$$

$$A_s = 0,0335 \times x$$

$$R_c \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,y}^+$$

(Equilíbrio de Momentos)

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,225 - 0,4 \times x) = 6,76$$

$$x = 0,0214 \text{ m} = 2,14 \text{ cm}$$

$$A_s = 7,0 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \phi 10 \text{ c} / 12,5$$

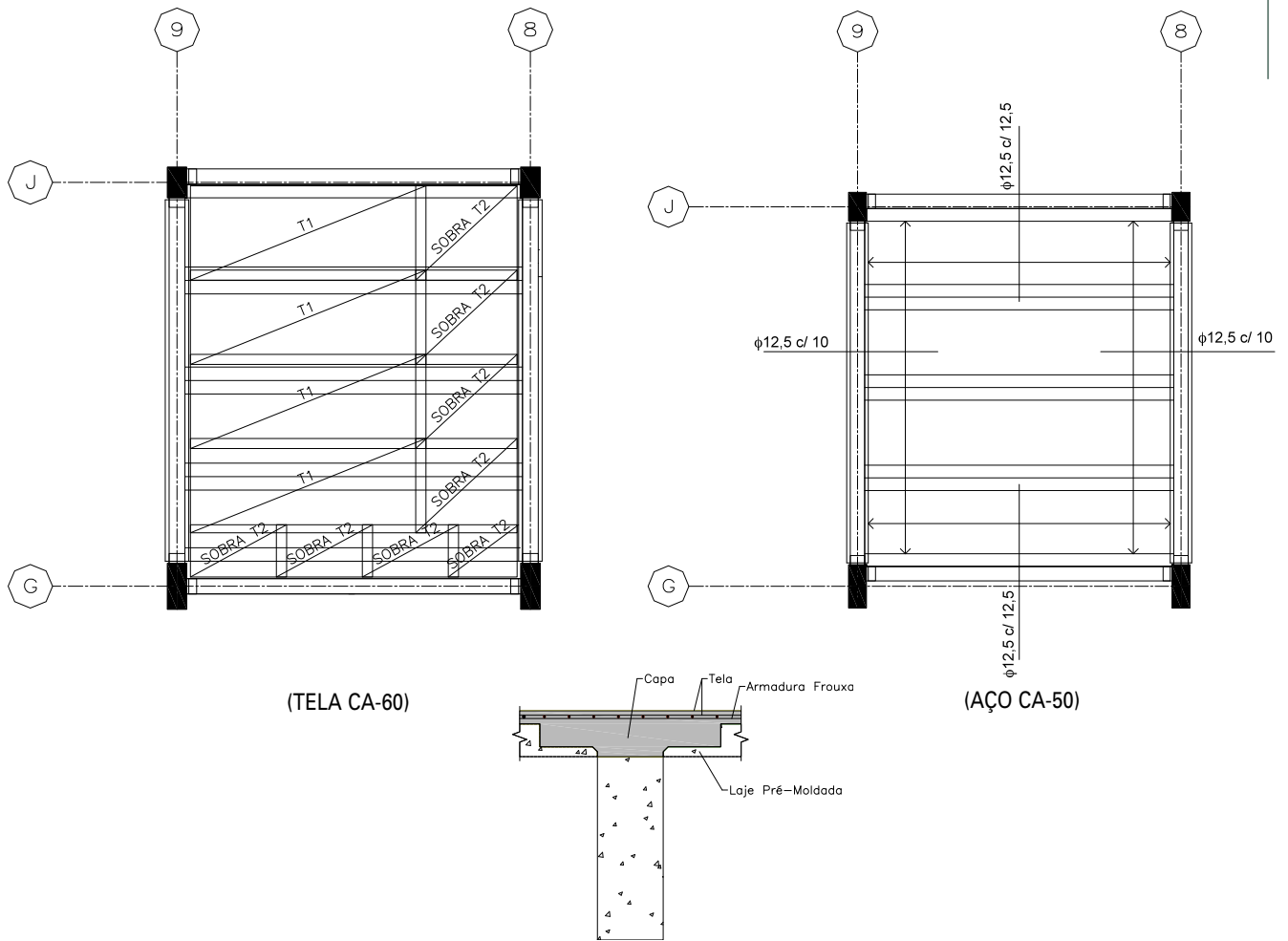


Figura 10 - Armadura Superior da laje

Armação Típica de uma Laje Pré-Moldada
PLANTA — ARMAÇÃO

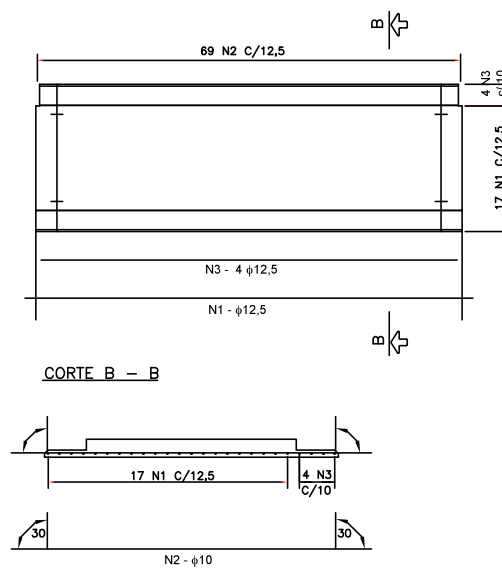


Figura 11 - Armadura Inferior - Laje Pré-moldada

VERIFICAÇÃO NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO

A verificação dos valores limites estabelecidos pela norma NBR 8681 para a abertura de fissuras nos elementos estruturais lineares deve ser feita para as combinações frequentes das ações. Esta é dada por:

$$F_d = \sum F_{gik} + \Psi_1 \times F_{q1k} + \sum (\Psi_{2j} \times F_{qjk})$$

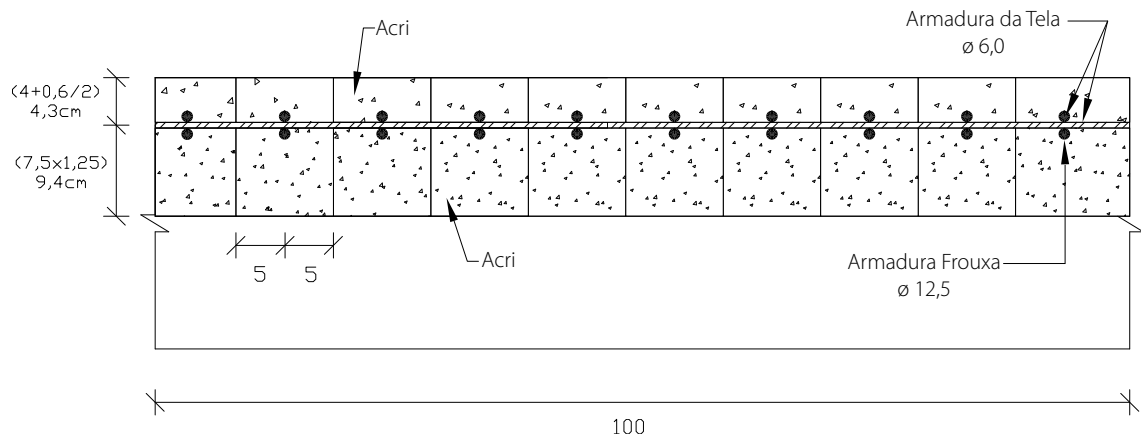
Sendo Ψ_1 e Ψ_2 os fatores de redução das combinações.

VERIFICAÇÃO NO ESTADO LIMITE DE FISSURAÇÃO

Analisando um trecho de 1,00 m da seção da laje na direção x:

• **Tela Q 283 – CA 60 ($f_{yk} = 600$ MPa)**
(ϕ 6,0 c/ 10)

• **Armadura Frouxa – CA 50 ($f_{yk} = 500$ MPa)**
(ϕ 12,5 c/ 10)



O valor característico da abertura de fissura w_k para cada A_{cri} é dado

$$\begin{cases} w_{k1} = \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_1} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \frac{3 \times \sigma_{si}}{f_{ctm}} \\ w_{k2} = \frac{\phi_i}{12,5 \times \eta_1} \times \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \times \left[\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right] \end{cases}$$

A_{cri} = área de concreto protegida pela barra ϕ_i - "região de envolvimento";

ϕ_i = diâmetro da barra que protege a área de concreto A_{cri} ;

E_{si} = módulo de elasticidade do aço da barra considerada;

σ_{si} = tensão de tração no centro de gravidade da armadura no Estádio II;

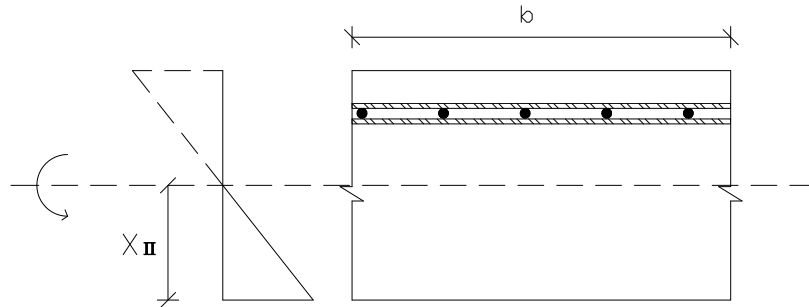
ρ_{ri} = relação (taxa) entre as áreas de armadura passiva existente e área de concreto A_{cri} ;

η_1 = coeficiente de conformação superficial da armadura;

$f_{ctm} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$

Tensão de Tração na Armadura no Estádio II

Diagrama de tensão no Estádio II



Desprezando-se a resistência a tração do concreto, temos que:

$$b \times x_{II} \times \frac{x_{II}}{2} - \alpha_e \times A_s \times (d - x_{II}) = 0$$

$$\alpha_e = E_s / E_c$$

Momento de inércia no Estádio II

$$I_{II} = \frac{b \times x_{II}^3}{2} + \alpha_e \times A_s \times (d - x_{II})^2$$

Para o caso estudado:

Para As_{r1} (Tela CA 60)

- $\phi_1 = 6,0 \text{ mm} = 0,6 \text{ cm}$
- $d_1 = 23,7 \text{ cm}$
- $A_{cri} = (5+5) \times 4,3 = 43 \text{ cm}^2$
- $\eta_1 = 1,4$
- $E_{si} = 210 \text{ GPa}$
- $\rho_{ri} = 0,283 \text{ cm}^2 / 43 \text{ cm}^2 = 6,6 \times 10^{-3}$

Para As_{r1} (Barras CA 50)

- $\phi_1 = 12,5 \text{ mm} = 1,25 \text{ cm}$
- $d_2 = 22,3 \text{ cm}$
- $A_{cri} = (5+5) \times 9,4 = 94 \text{ cm}^2$
- $\eta_1 = 2,25$
- $E_{si} = 210 \text{ GPa}$
- $\rho_{ri} = 1,227 \text{ cm}^2 / 94 \text{ cm}^2 = 1,3 \times 10^{-2}$

No estágio limite de abertura de fissuras E.L.S.w, os esforços solicitantes na seção ficam:

$$F_{d, \text{serviço}} = \sum F_{gik} + \Psi_1 \times F_{q1k} + \sum \Psi_{2j} \times F_{qjk}$$

Como a edificação em questão se trata de uma fábrica de papel, existe ocorrência de equipamentos que permanecem fixos por muito tempo na estrutura, sendo assim $\psi_1 = 0,6$ e $\psi_2 = 0,4$.

Temos então:

$$M_{d, \text{serviço}} = 1,0 \times 2,51 + 0,6 \times 6,85 = 6,62 \text{ tf} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$E_{cs} = 0,85 \times (5600 \times f_{ck}^{1/2}) = 26071,6 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = 210000 / 26071,6 = 8,06$$

$$b = 100 \text{ cm (largura para a laje)}$$

Equilíbrio da seção no Estádio II

$$1,0 \times \frac{x_{II}^2}{2} - 8,06 \times 2,83 \times 10^{-4} \times (0,237 - x_{II}) - 8,06 \times 12,27 \times 10^{-4} \times (0,223 - x_{II}) = 0$$

$$x_{II} = 0,0633 \text{ m} = 6,33 \text{ cm}$$

Momento de inércia da seção no Estádio II

$$I_{II} = \frac{1,0 \times 0,0633^3}{2} + 8,06 \times 2,83 \times 10^{-4} \times (0,237 - 0,0633)^2 + 8,06 \times 12,7 \times 10^{-4} \times (0,223 - 0,0633)^2$$

$$I_{II} = 4,5675 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Cálculo da Tensão de Tração nas Armaduras, no Estádio II

$$\sigma_{s1} = 8,06 \times \frac{6,62 \times (0,237 - 0,0633)}{4,5675 \times 10^{-4}} = 20291,5 \text{ tf} / \text{m}^2$$

$$\sigma_{s1} = 202,9 \text{ MPa} \quad (\text{armadura da tela})$$

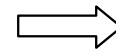
$$\sigma_{s2} = 8,06 \times \frac{6,62 \times (0,223 - 0,0633)}{4,5675 \times 10^{-4}} = 18656,0 \text{ tf} / \text{m}^2$$

$$\sigma_{s2} = 186,6 \text{ MPa} \quad (\text{armadura frouxa})$$

Para A_{s1} (tela CA 60)

$$w_{k1} = \frac{0,6}{12,5 \times 1,4} \times \frac{202,9}{210 \times 10^3} \times \frac{3 \times 202,9}{2,896} = 0,007 \text{ cm} = 0,07 \text{ mm}$$

$$w_{k2} = \frac{0,6}{12,5 \times 1,4} \times \frac{202,9}{210 \times 10^3} \times \left[\frac{4}{6,6 \times 10^{-3}} + 45 \right] = 0,022 \text{ cm} = 0,22 \text{ mm}$$

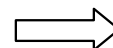


$$W_K(A_{x1}) = 0,07 \text{ mm}$$

Para A_{s2} (barra CA 60)

$$w_{k1} = \frac{1,25}{12,5 \times 2,25} \times \frac{186,6}{210 \times 10^3} \times \frac{3 \times 186,6}{2,896} = 0,0076 \text{ cm} = 0,076 \text{ mm}$$

$$w_{k2} = \frac{1,25}{12,5 \times 2,25} \times \frac{186,6}{210 \times 10^3} \times \left[\frac{4}{1,3 \times 10^{-2}} + 45 \right] = 0,014 \text{ cm} = 0,14 \text{ mm}$$



$$W_K(A_{x1}) = 0,076 \text{ mm}$$

Conclusão

A abertura de fissura efetiva é a menor das duas $w_k(A_{s1}) = 0,07 \text{ mm}$, porque como as experiências mostram, são as barras mais eficientes que controlam as fissuras.

CASO 2

Serão analisados dois painéis de laje do pavimento tipo de um edifício comercial: um painel da extremidade da laje (L.13) e um painel intermediário da laje (L.11).

A forma do pavimento e dos painéis de laje estudados serão apresentadas nas figuras a seguir:

Foi feito um modelo em elementos finitos para obtenção dos esforços na laje do pavimento tipo e os resultados obtidos são apresentados a seguir inclusive os diagramas de momentos fletores devido ao peso próprio e a sobrecarga.

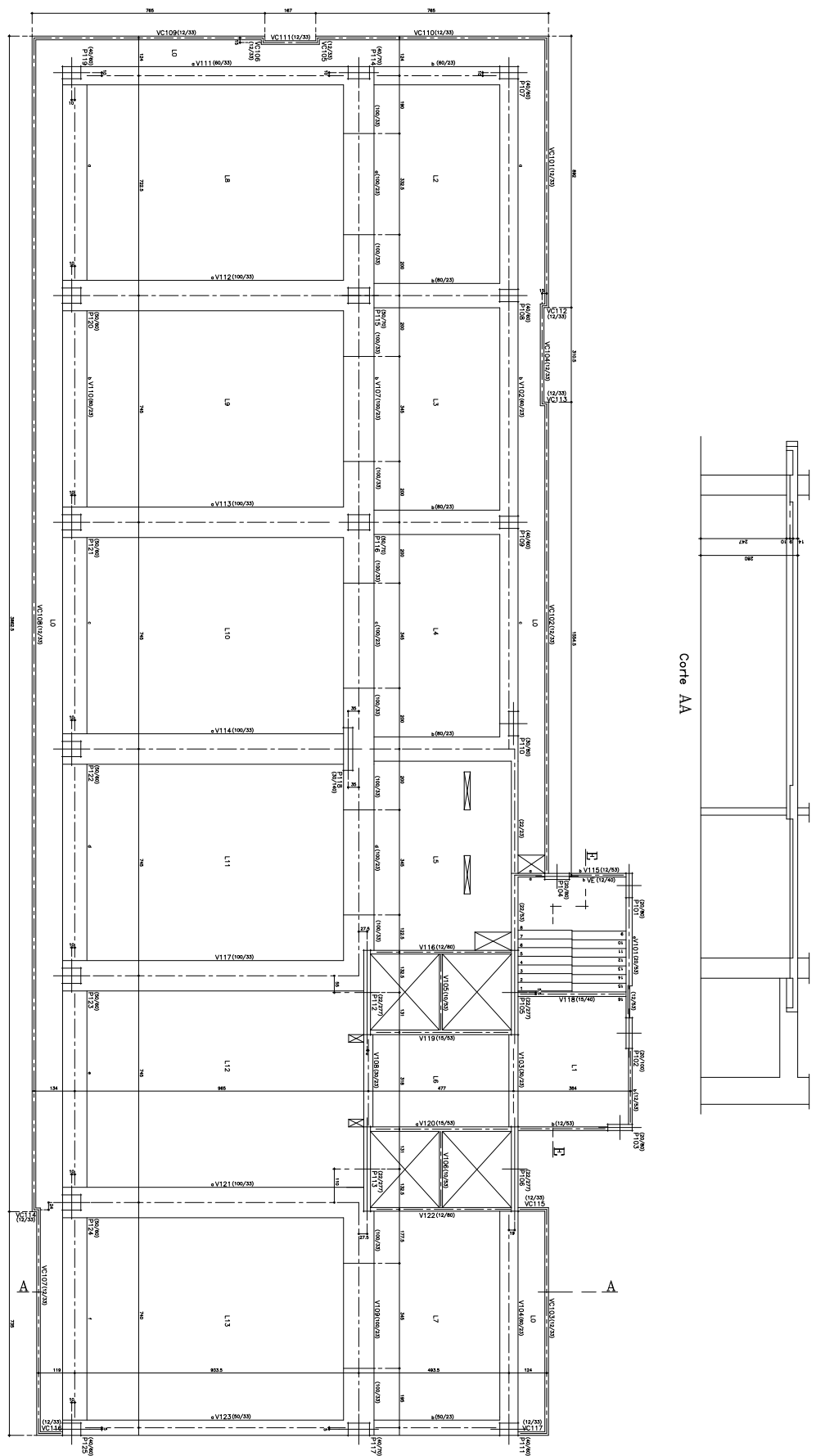


Figura 12: Forma do Pavimento Tipo

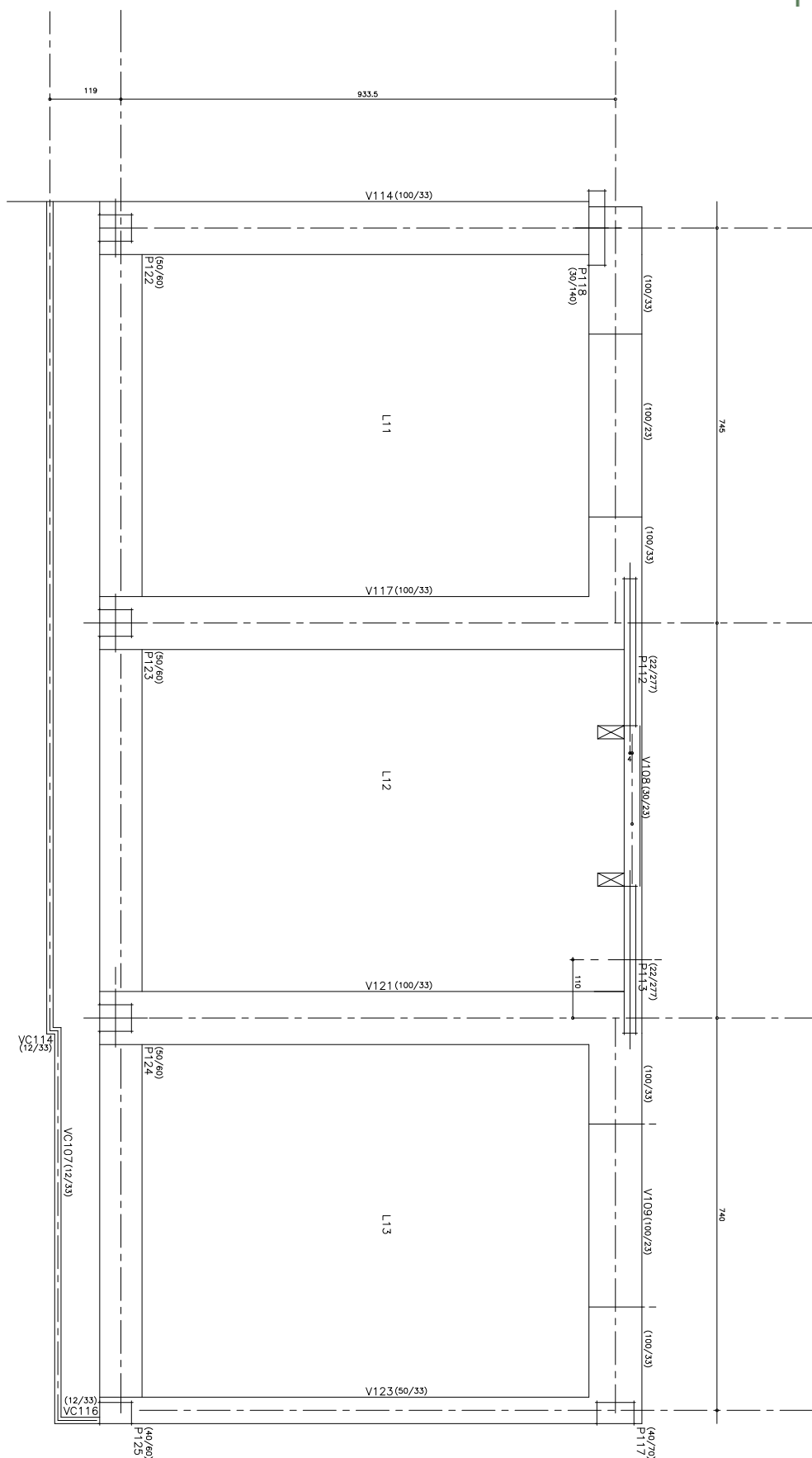


Figura 13: Lajes estudadas L. 11 e L. 13

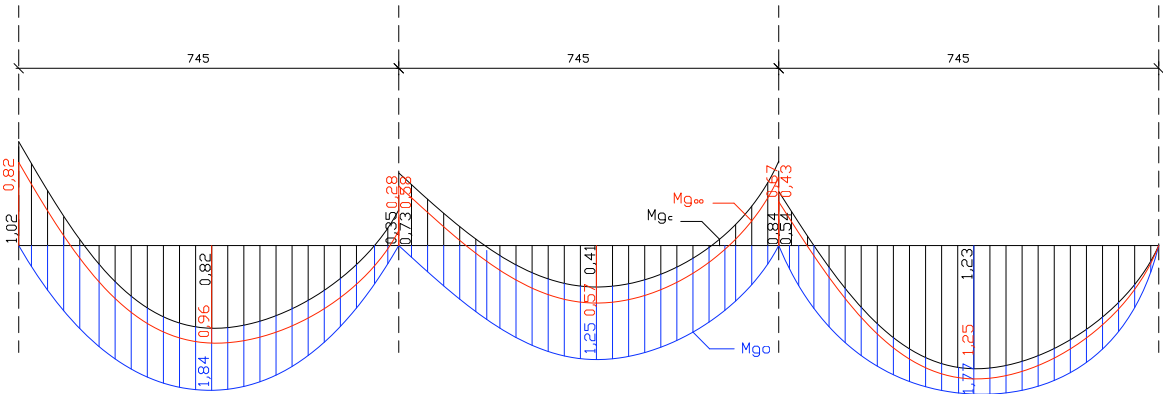


Figura 14: Momentos Fletores $M_{x,go}$, $M_{x,g\infty}$ e $M_{x,gc}$ (devido ao peso próprio)

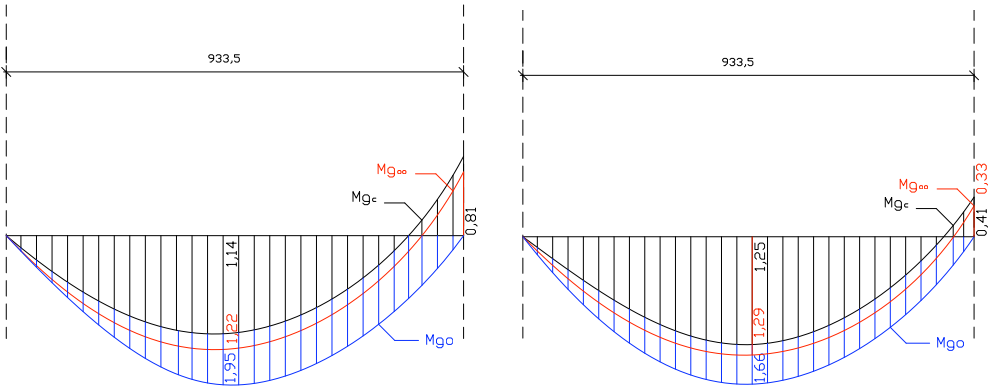


Figura 15: Momentos Fletores $M_{x,go}$, $M_{x,g\infty}$ e $M_{x,gc}$ (devido ao peso próprio) (L11 e L.13)

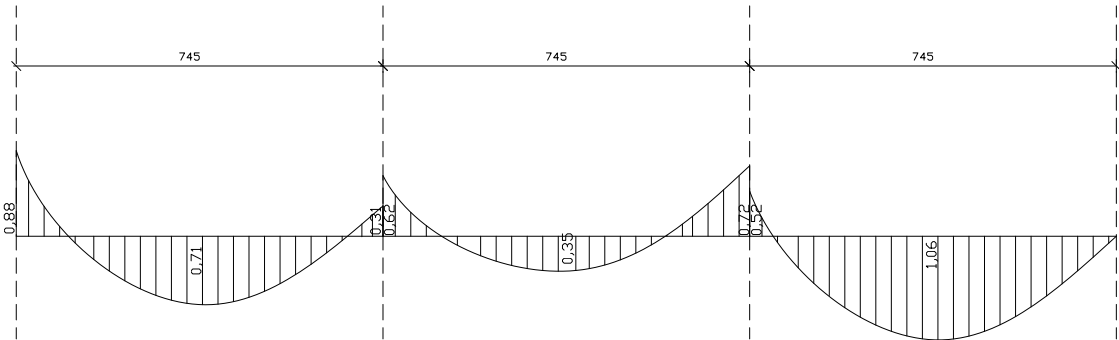


Figura 16: Momentos Fletores $M_{x,sc}$ (devido sobrecarga)

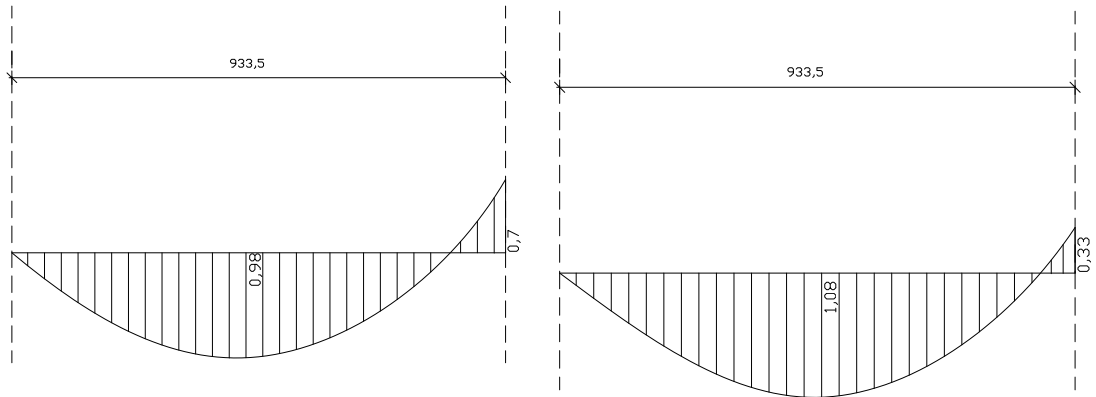


Figura 17: Momentos Fletores $M_{y,sc}$ (devido a sobrecarga) (L11 e L.13)

VERIFICAÇÃO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO (E.L.U.)

Da mesma forma como feito para o caso 1, é feita a análise das seções de máxima solicitação do caso 2, para os momentos fletores positivos e negativos nas direções x e y.

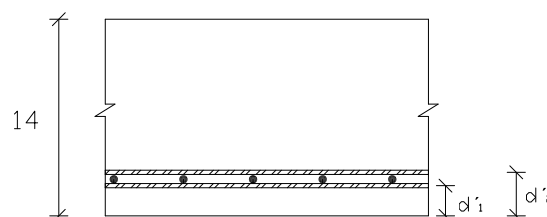
É feito o equilíbrio de esforços normais e flexão, considerando as hipóteses de deformação e de tensões no concreto, nas barras de aço CA 50 e na armadura da tela CA 60. O concreto utilizado é de 30 MPa.

No equilíbrio para cada direção de esforço, as hipóteses inicialmente adotadas devem ser verificadas e assim consideradas verdadeiras, caso contrário, novas hipóteses devem ser adotadas e um novo equilíbrio verificado. O processo é iterativo e só encerra quando todas as hipóteses são verificadas.

Painel L. 13

Verificação da Armadura Inferior na Direção X

$$M_{d,x}^+ = 1,35 \times 1,25 + 1,5 \times 1,06 = 3,28 \text{ tf.m}$$



• Tela Q 396 - CA 60 ($f_{yk} = 600 \text{ MPa}$)

• Armadura Frouxa - CA 50 ($f_{yk} = 500 \text{ MPa}$)

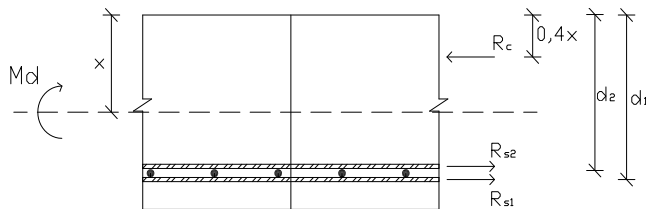
• $As_{,1} = As_{,TELA} = 3,96 \text{ cm}^2/\text{m}$

$d_1' = 2,5 + 0,7/2 = 2,85 \text{ cm}$ ($\phi = 7,1 \text{ mm}$)

• $As_{,2} = \text{Armadura Frouxa} - \text{CA 50}$

$d_2' = 2,5 + 0,7 \times 2 + 1,0 / 2 = 4,4 \text{ cm}$

Equilíbrio na seção:



$$\bullet d_1 = 14 - 2,8 = 11,2 \text{ cm}$$

$$\bullet d_2 = 14 - 4,4 = 9,6 \text{ cm}$$

$$\bullet d = 10,14 \text{ cm}$$

Hipótese de Verificação

i) Domínio 2 de deformação: $x < x_{23} = 0,259 \times d$

ii) Armadura da tela escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15 \text{ (MPa)}$

Armadura frouxa escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500 / 1,15 \text{ (MPa)}$

iii) Encurtamento do concreto na borda comprimida: $0 < \varepsilon_c \leq 3,5\text{‰}$

$$R_c = R_{s,1} + R_{s,2}$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_{s,1} \times \sigma_{s,1} + A_{s,2} \times \sigma_{s,2}$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = 3,96 \times 10^{-4} \times \frac{60000}{1,15} + A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 43478,26 \times A_{s,2} + 20,7$$

$$R_c \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,x}^+$$

(Equilíbrio de Momentos)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,x}^+$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,112 - 0,4 \times x) - A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15} \times (0,044 - 0,0285) = 3,28$$

$$x = 0,023 \text{ m} = 2,3 \text{ cm}$$

$$A_{s,2} = 3,1 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Verificação de Hipótese

i) Domínio 2 de deformação:

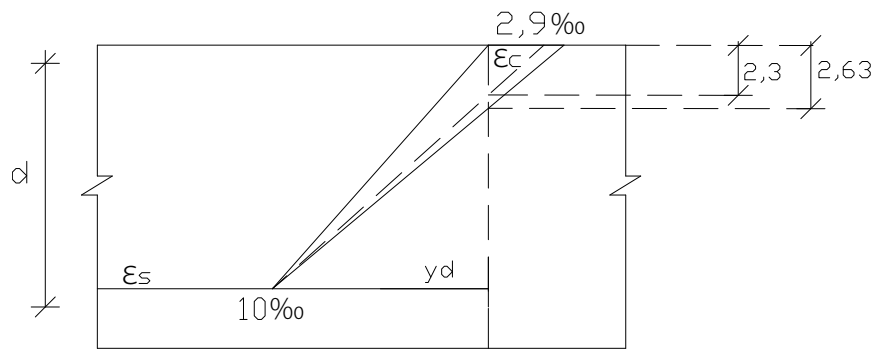
$$x_{23} = 0,259 \times 10,14 = 2,63 > 2,3 \text{ cm}$$

ii) Armadura da tela escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15 \text{ (MPa)}$

Armadura frouxa escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500 / 1,15 \text{ (MPa)}$

iii) $\varepsilon_c = 0,01 \times x / (d - x) = 0,01 \times 2,3 / (10,14 - 2,3)$

$$\varepsilon_c = 2,9\text{‰} < 3,5\text{‰}$$

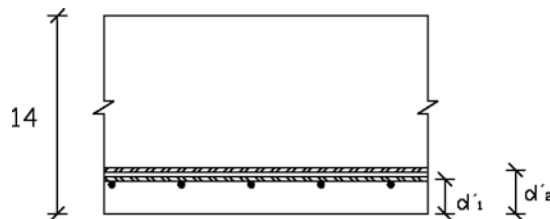


Conclusão

Desta maneira, conclui-se que a seção está em equilíbrio e está no domínio 2 de deformação. A linha neutra encontra-se a 2,3 cm da borda superior (mais comprimida) e as armaduras da tela e frouxa estão escoando. Portanto, as armaduras obtidas estão adequadas.

Verificação da Armadura Inferior na Direção Y

$$M_{d,y}^+ = 1,35 \times 1,29 + 1,5 \times 1,08 = 3,36 \text{ tf.m}$$



• Tela Q 396 - CA 60 ($f_{yk} = 600 \text{ MPa}$)

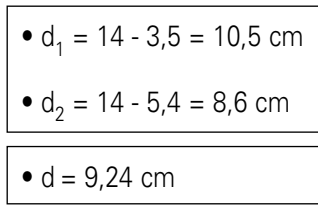
• Armadura Frouxa - CA 50 ($f_{yk} = 500 \text{ MPa}$)

• $As_{,1} = As_{,TELA} = 3,96 \text{ cm}^2/\text{m}$

$d_1' = 2,5 + 0,71 + 0,71/2 = 3,5 \text{ cm}$ ($\varnothing = 7,1 \text{ mm}$)

• $As_{,2} = \text{Armadura Frouxa} - \text{CA 50}$

$d_2' = 2,5 + 0,7 \times 2 + 1,0 / 2 = 5,4 \text{ cm}$



i) Domínio 2 de deformação: $x < x_{23} = 0,259 \times d$

ii) Armadura da tela escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15 \text{ (MPa)}$

Armadura frouxa escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500/1,15 \text{ (MPa)}$

iii) Encurtamento do concreto na borda comprimida: $0 < \varepsilon_c \leq 3,5\%$

$$R_C = R_{s,1} + R_{s,2}$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_{s,1} \times \sigma_{s,1} + A_{s,2} \times \sigma_{s,2}$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = 3,96 \times 10^{-4} \times \frac{60000}{1,15} + A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 43478,26 \times A_{s,2} + 20,7$$

$$R_c \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,v}^+$$

(Equilíbrio de Momentos)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,y}^+$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,105 - 0,4 \times x) - A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15} \times (0,054 - 0,035) = 3,36$$

$$x = 0,027 \text{ m} = 2,7 \text{ cm}$$

$$A_{s,2} = 4,3 \text{ cm}^2 / m$$

Verificação da Hipótese:

i) Domínio 2 de deformação:

$$x_{23} = 0,259 \times 9,24 = 2,39 < 2,7 \text{ cm}$$

Não verifica o domínio 2. Supomos então o Domínio 3 de deformação.

Hipótese de Verificação

iv) Domínio 3 de deformação: $x_{23} < x < x_{34} = 0,259 \times d < x < 0,628 \times d$

v) Armadura da tela escoando: $\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s < 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600/1,15$ (MPa)

Armadura frouxa escoando: $\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s < 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500/1,15$ (MPa)

vi) Encurtamento do concreto na borda comprimida: $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$

Verificação da Hipótese:

iv) Domínio 3 de deformação:

$$x_{23} = 0,259 \times d = 2,39 \text{ e } x_{34} = 0,628 \times d = 5,8$$

2,39 cm < 2,7 cm < 5,8 cm OK

v) Armadura da tela escoando:

$$\varepsilon_{s,1} = (0,0035 \times (d_1 - x) / x) - 0,0035 = (0,0035 \times (10,5 - 2,7) / 2,7) - 0,0035$$

$$\varepsilon_{s,1} = 0,0066 = 6,6\text{‰}$$

$$\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600/1,15 \text{ (MPa)}$$

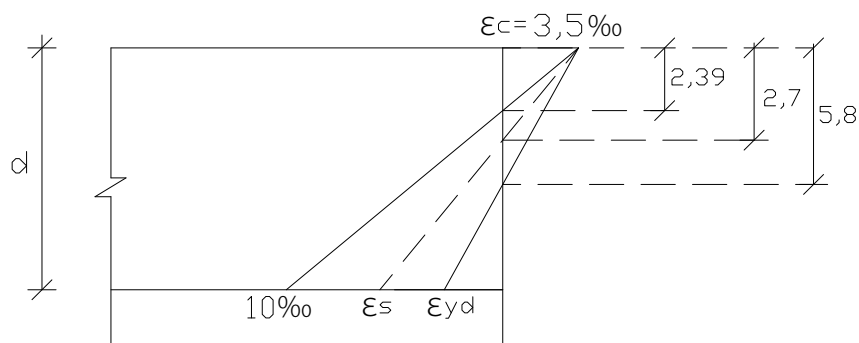
Armadura frouxa escoando:

$$\varepsilon_{s,2} = (0,0035 \times (d_2 - x) / x) - 0,0035 = (0,0035 \times (8,6 - 2,7) / 2,7) - 0,0035$$

$$\varepsilon_{s,2} = 0,0041 = 4,1\text{‰}$$

$$\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500/1,15 \text{ (MPa)}$$

vi) Encurtamento do concreto na borda mais comprimida: $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$

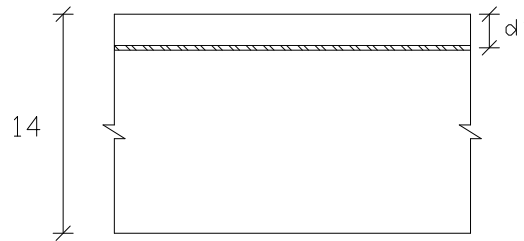


Conclusão

Desta maneira, conclui-se que a seção está em equilíbrio e está no domínio 3 de deformação. A linha neutra encontra-se a 2,7 cm da borda superior (mais comprimida) e as armaduras da tela e frouxa estão escoando. Portanto, as armaduras obtidas estão adequadas.

Verificação da Armadura Superior na Direção X

$$M_{d,x}^- = 1,35 \times 0,43 + 1,5 \times 0,52 = 1,36 \text{ tf.m}$$



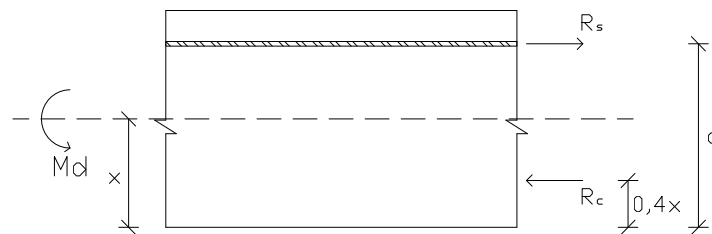
• Armadura Frouxa - CA 50 ($f_{yk} = 500 \text{ MPa}$)

• A_s = Armadura Frouxa - CA 50

$$d' = 1,5 + 1,0 / 2 = 2,0 \text{ cm}$$

$$d = 14,0 - 2,0 = 12,0 \text{ cm}$$

Equilíbrio na seção



$$R_c = R_s$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_s \times \sigma_s$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = A_s \times \frac{50000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 43478,26 \times A_{s,2}$$

$$R_c \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,x}^-$$

(Equilíbrio de Momentos)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,x}^-$$

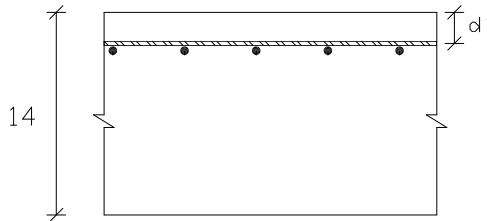
$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,12 - 0,4 \times x) = 1,36$$

$$x = 0,008 \text{ m} = 0,8 \text{ cm}$$

$$A_{s,2} = 2,68 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \phi 8 \text{ c} / 10$$

Verificação da Armadura Superior na Direção Y

$$M_{d,y}^- = 1,35 \times 0,33 + 1,5 \times 0,33 = 0,95 \text{ tf.m}$$



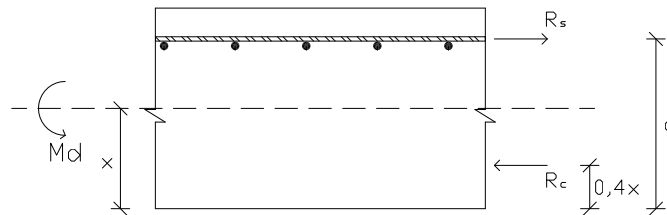
• Armadura Frouxa - CA 50 ($f_{yk} = 600 \text{ MPa}$)

• A_s = Tela - CA 60

$$d' = 1,5 + 0,6/2 = 1,8 \text{ cm}$$

$$d = 14,0 - 1,8 = 12,2 \text{ cm}$$

Equilíbrio na seção



$$R_c = R_s$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_s \times \sigma_s$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = A_s \times \frac{60000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 52173,9 \times A_s$$

$$R_c \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,x}^-$$

(Equilíbrio de Momentos)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,x}^-$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,122 - 0,4 \times x) = 0,95$$

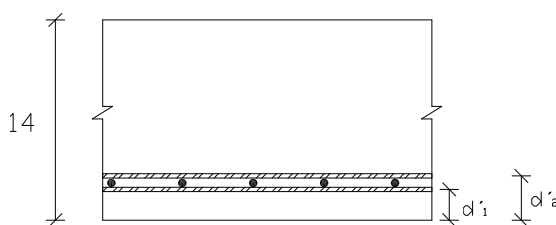
$$x = 0,005 \text{ m} = 0,5 \text{ cm}$$

$$A_s = 1,52 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \text{Tela L 196}$$

Painel L. 11 (interno)

Verificação da Armadura Inferior na Direção X

$$M_{d,x}^+ = 1,35 \times 0,96 + 1,5 \times 0,71 = 2,36 \text{ tf.m}$$



• Tela Q 283 - CA 60 ($f_{yk} = 600 \text{ MPa}$)

• Armadura Frouxa - CA 50 ($f_{yk} = 500 \text{ MPa}$)

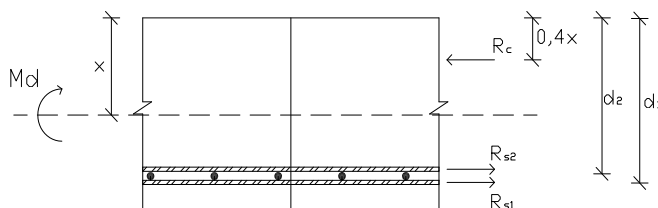
• $A_{s,1} = A_{s, \text{TELA}} = 2,83 \text{ cm}^2/\text{m}$

$d_1' = 2,5 + 0,6/2 = 2,8 \text{ cm}$ ($\phi = 6,0 \text{ mm}$)

• $A_{s,2} = \text{Armadura Frouxa} - \text{CA 50}$

$d_2' = 2,5 \times 0,6 \times 2 + 1,0 / 2 = 4,2 \text{ cm}$

Equilíbrio na seção



• $d_1 = 14 - 2,8 = 11,2 \text{ cm}$

• $d_2 = 14 - 4,2 = 9,8 \text{ cm}$

• $d = 10,17 \text{ cm}$

Hipótese de Verificação

i) Domínio 2 de deformação: $x < x_{23} = 0,259 \times d$

ii) Armadura da tela escoando: $\epsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15 \text{ (MPa)}$

Armadura frouxa escoando: $\epsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500 / 1,15 \text{ (MPa)}$

iii) Encurtamento do concreto na borda comprimida: $0 < \epsilon_c \leq 3,5\text{‰}$

$$R_c = R_{s,1} + R_{s,2}$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_{s,1} \times \sigma_{s,1} + A_{s,2} \times \sigma_{s,2}$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = 2,83 \times 10^{-4} \times \frac{60000}{1,15} + A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 43478,26 \times A_{s,2} + 14,77$$

$$R_c \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,x}^+ \quad (\text{Equilíbrio de Momentos})$$

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,x}^+$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,112 - 0,4 \times x) - A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15} \times (0,042 - 0,028) = 2,36$$

$$x = 0,016 \text{ m} = 1,6 \text{ cm}$$

$$A_{s,2} = 1,79 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \phi 6,3 \text{ c} / 10$$

Hipótese de Verificação:

i) Domínio 2 de deformação:

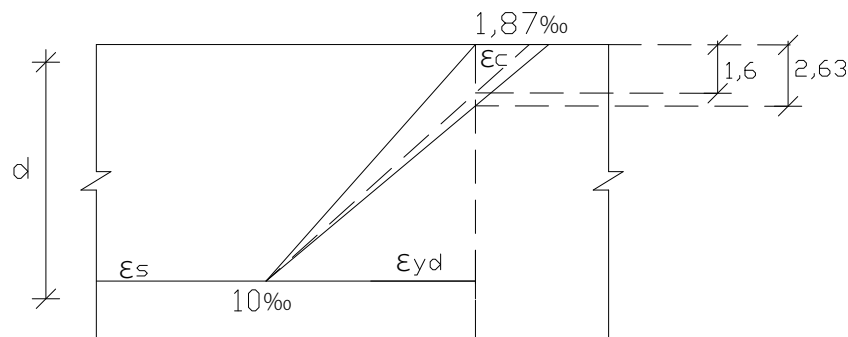
$$x_{23} = 0,259 \times 10,17 = 2,63 > 1,6 \text{ cm}$$

ii) Armadura da tela escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15$ (MPa)

Armadura frouxa escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500 / 1,15$ (MPa)

iii) $\varepsilon_c = 0,01 \times x / (d - x) = 0,01 \times 1,6 / (10,17 - 1,6)$

$$\varepsilon_c = 1,8\text{‰} < 3,5\text{‰}$$

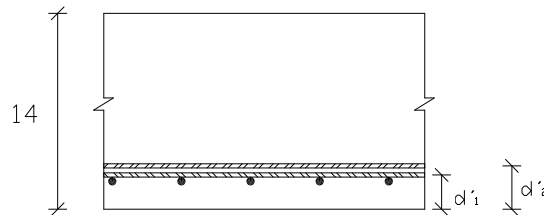


Conclusão

Desta maneira, conclui-se que a seção está em equilíbrio e está no domínio 2 de deformação. A linha neutra encontra-se a 1,6 cm da borda superior (mais comprimida) e as armaduras da tela e frouxa estão escoando. Portanto, as armaduras obtidas estão adequadas.

Verificação da Armadura Inferior na Direção Y

$$M_{d,y}^+ = 1,35 \times 1,22 + 1,5 \times 0,980 = 3,12 \text{ tf.m}$$



• Tela Q 283 - CA 60 ($f_{yk} = 600 \text{ MPa}$)

• Armadura Frouxa - CA 50 ($f_{yk} = 500 \text{ MPa}$)

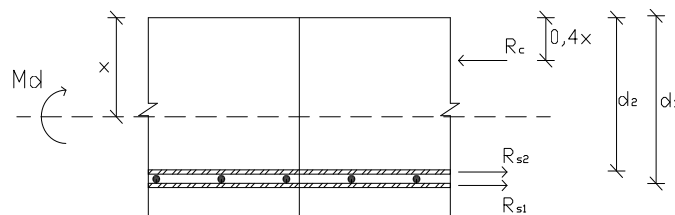
• $As_{s,1} = As_{\text{TELA}} = 2,83 \text{ cm}^2/\text{m}$

$d'_1 = 2,5 + 0,6 + 0,6 = 3,4 \text{ cm}$ ($\phi = 6,0 \text{ mm}$)

• $As_{s,2} = \text{Armadura Frouxa} - \text{CA 50}$

$d'_2 = 2,5 \times 2 \times 0,6 + 1,0 / 2 = 5,2 \text{ cm}$

Equilíbrio na seção



• $d_1 = 14 - 3,4 = 10,6 \text{ cm}$

• $d_2 = 14 - 5,2 = 8,8 \text{ cm}$

• $d = 9,28 \text{ cm}$

Hipótese da Verificação

i) Domínio 2 de deformação: $x < x_{23} = 0,259 \times d$

ii) Armadura da tela escoando: $\epsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15 \text{ (MPa)}$

Armadura frouxa escoando: $\epsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500 / 1,15 \text{ (MPa)}$

iii) Encurtamento do concreto na borda comprimida: $0 < \epsilon_c \leq 3,5\text{‰}$

$$R_c = R_{s,1} + R_{s,2}$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_{s,1} \times \sigma_{s,1} + A_{s,2} \times \sigma_{s,2}$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = 2,83 \times 10^{-4} \times \frac{60000}{1,15} + A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 43478,26 \times A_{s,2} + 14,77$$

$$R_c \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,y}^+ \quad (\text{Equilíbrio de Momentos})$$

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d_1 - 0,4 \times x) - R_{s,2} \times (d_2' - d_1') = M_{d,y}^+$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,106 - 0,4 \times x) - A_{s,2} \times \frac{50000}{1,15} \times (0,052 - 0,034) = 3,12$$

$$x = 0,018 \text{ m} = 1,8 \text{ cm}$$

$$A_{s,2} = 2,6 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \phi 8 \text{ c} / 12,5$$

Hipótese da Verificação

i) Domínio 2 de deformação:

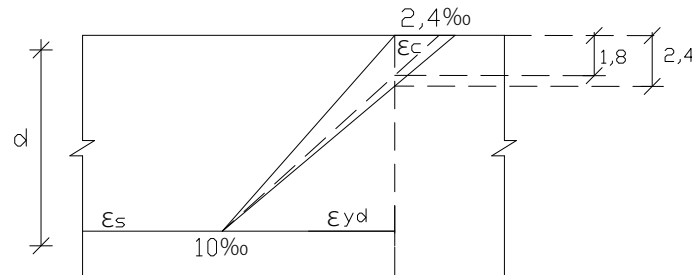
$$x_{23} = 0,259 \times 9,28 = 2,40 > 1,8 \text{ cm}$$

ii) Armadura da tela escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,1} = f_{yd,1} = 600 / 1,15$ (MPa)

Armadura frouxa escoando: $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ e $\sigma_{s,2} = f_{yd,2} = 500 / 1,15$ (MPa)

iii) $\varepsilon_c = 0,01 \times x / (d - x) = 0,01 \times 1,8 / (9,28 - 1,8)$

$$\varepsilon_c = 2,4\text{‰} \leq 3,5\text{‰}$$

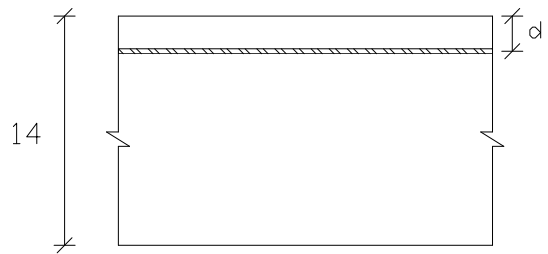


Conclusão

Desta maneira, conclui-se que a seção está em equilíbrio e está no domínio 2 de deformação. A linha neutra encontra-se a 1,8 cm da borda superior (mais comprimida) e as armaduras da tela e frouxa estão escoando. Portanto, as armaduras obtidas estão adequadas.

Verificação da Armadura Superior na Direção X

$$M_{d,x}^- = 1,35 \times 0,82 + 1,5 \times 0,88 = 2,43 \text{ tf.m}$$



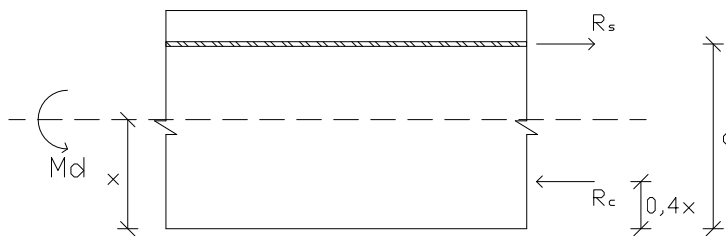
• Armadura Frouxa – CA 50 ($f_{yk} = 500 \text{ MPa}$)

• A_s = Armadura Frouxa – CA 50

$$d' = 1,5 + 1,0 / 2 = 2,0 \text{ cm}$$

$$d = 14,0 - 2,0 = 12,0 \text{ cm}$$

Equilíbrio na seção



$$R_c = R_s$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_s \times \sigma_s$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = A_s \times \frac{50000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 43478,26 \times A_{s,2}$$

$$R_c \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,x}^-$$

(Equilíbrio de Momentos)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,x}^-$$

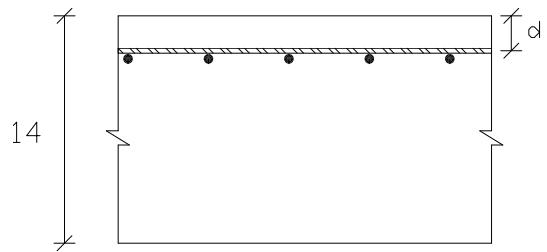
$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,12 - 0,4 \times x) = 2,43$$

$$x = 0,015 \text{ m} = 1,50 \text{ cm}$$

$$A_{s,2} = 4,9 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \phi 10 \text{ c} / 15$$

Verificação da Armadura Superior na Direção Y

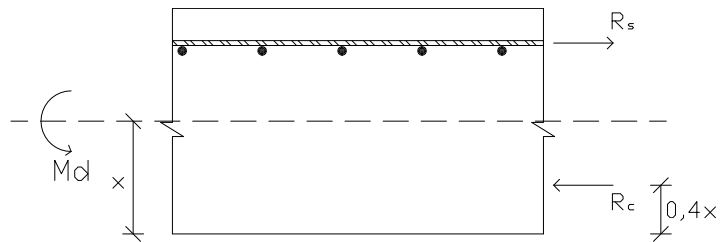
$$M_{d,y}^- = 1,35 \times 0,81 + 1,5 \times 0,70 = 2,14 \text{ tf.m}$$



• Armadura da Tela – CA 60 ($f_{yk} = 600 \text{ MPa}$)

• $A_s = \text{Tela} - \text{CA 60}$
 $d' = 1,5 + 0,6/2 = 1,8 \text{ cm}$
 $d = 14,0 - 1,8 = 12,2 \text{ cm}$

Equilíbrio na seção



$$R_c = R_s$$

(Equilíbrio de Forças)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} = A_s \times \sigma_s$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} = A_s \times \frac{60000}{1,15}$$

$$1457,1428 \times x = 52173,9 \times A_s$$

$$R_c \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,y}^-$$

(Equilíbrio de Momentos)

$$0,68 \times bw \times x \times f_{cd} \times (d - 0,4 \times x) = M_{d,y}^-$$

$$0,68 \times 1,0 \times x \times \frac{3000}{1,4} \times (0,122 - 0,4 \times x) = 2,14$$

$$x = 0,013 \text{ m} = 1,3 \text{ cm}$$

$$A_{s,2} = 3,5 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad (\text{Tela L 503})$$

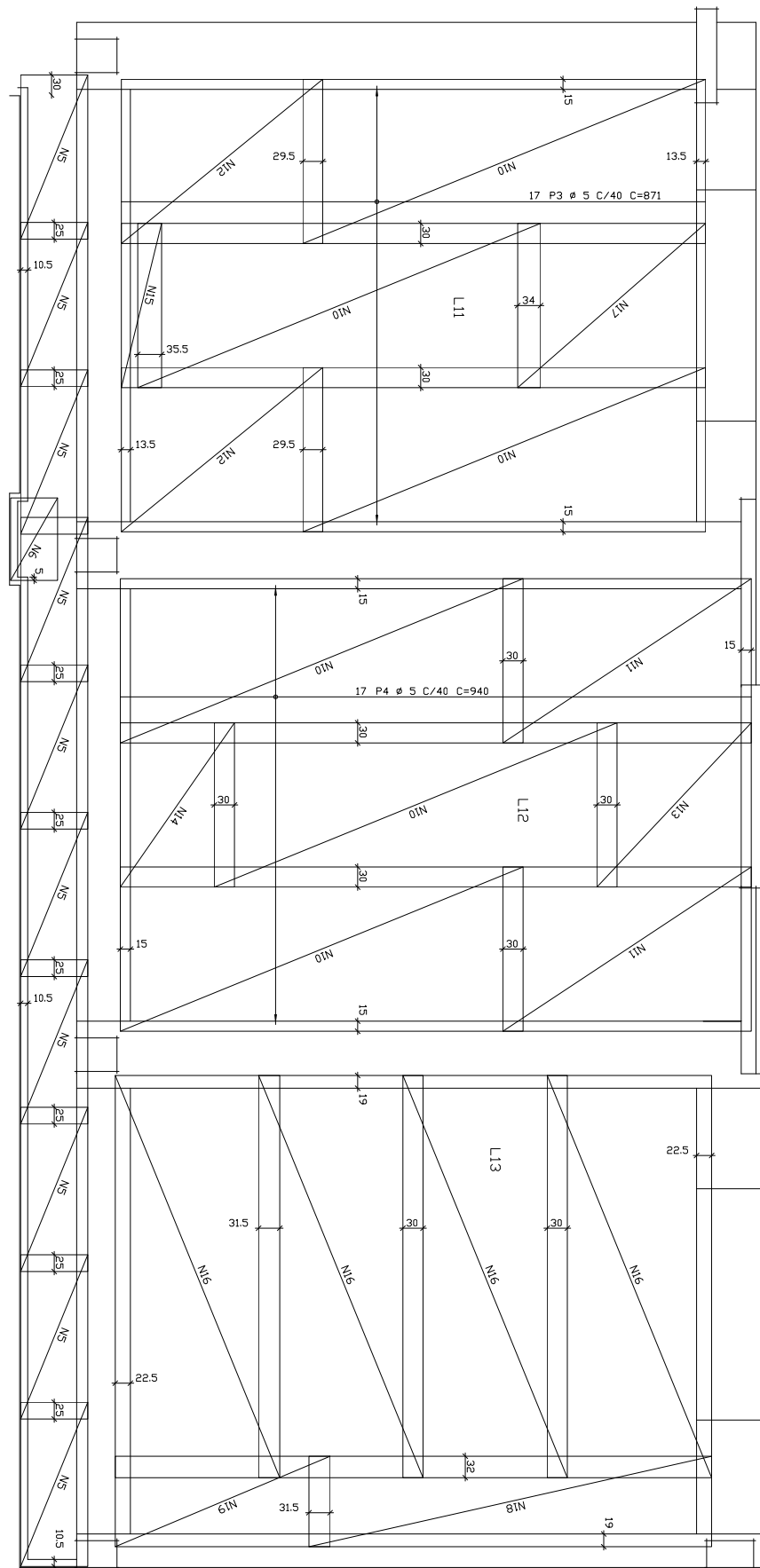


Figura 18: Armação Inferior – Tela Soldada

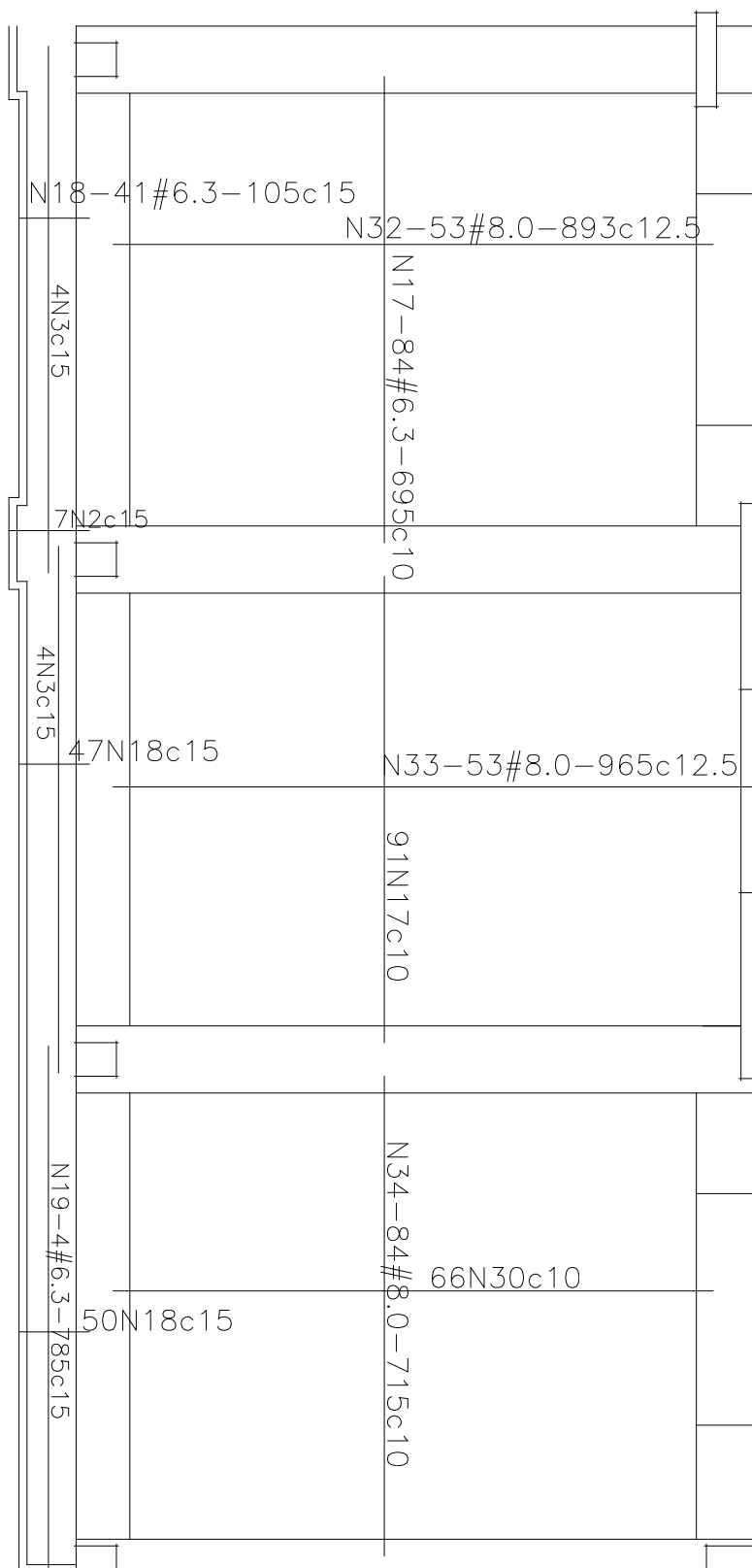


Figura 19: Armação Inferior - Armadura Frouxa

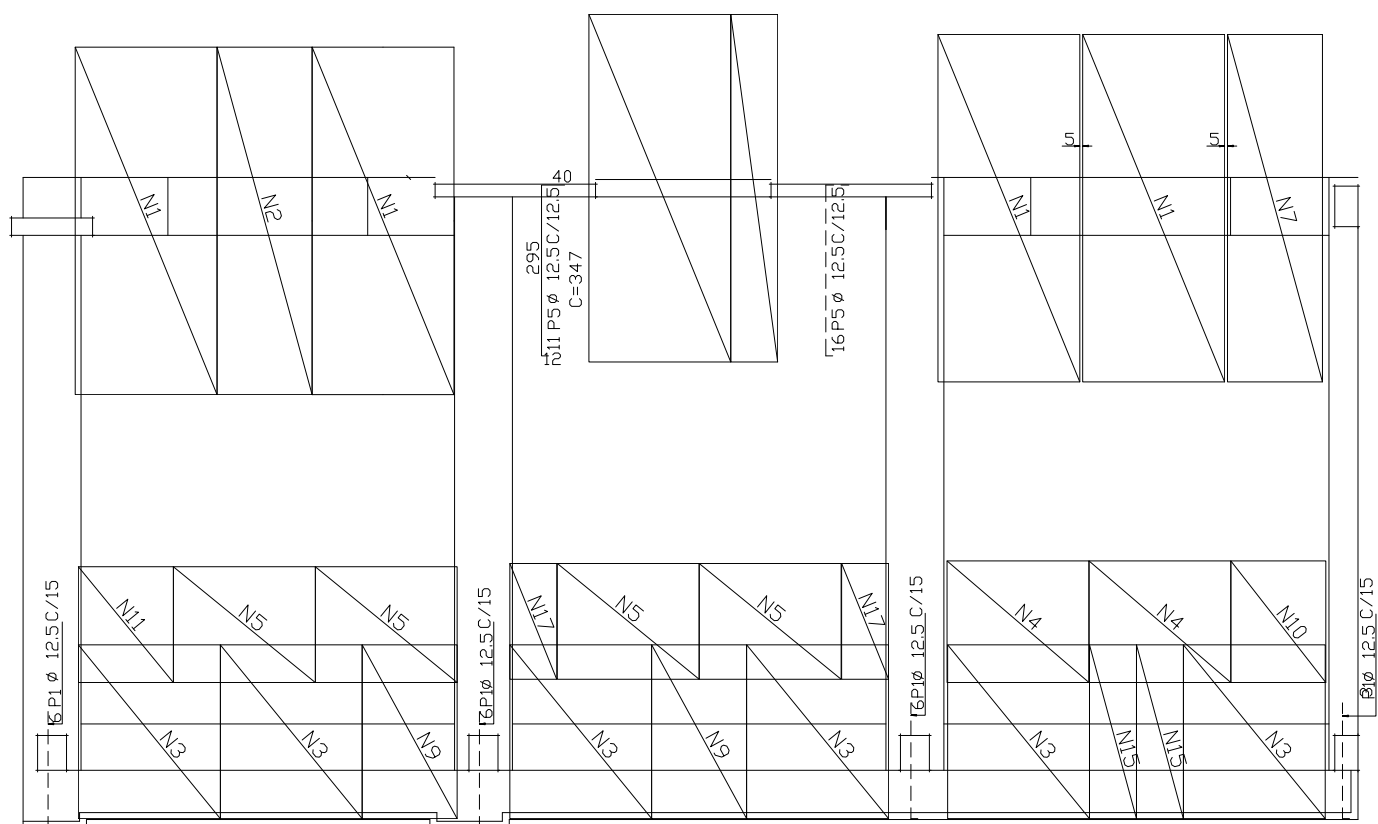


Figura 20: Armação Superior – Tela Soldada

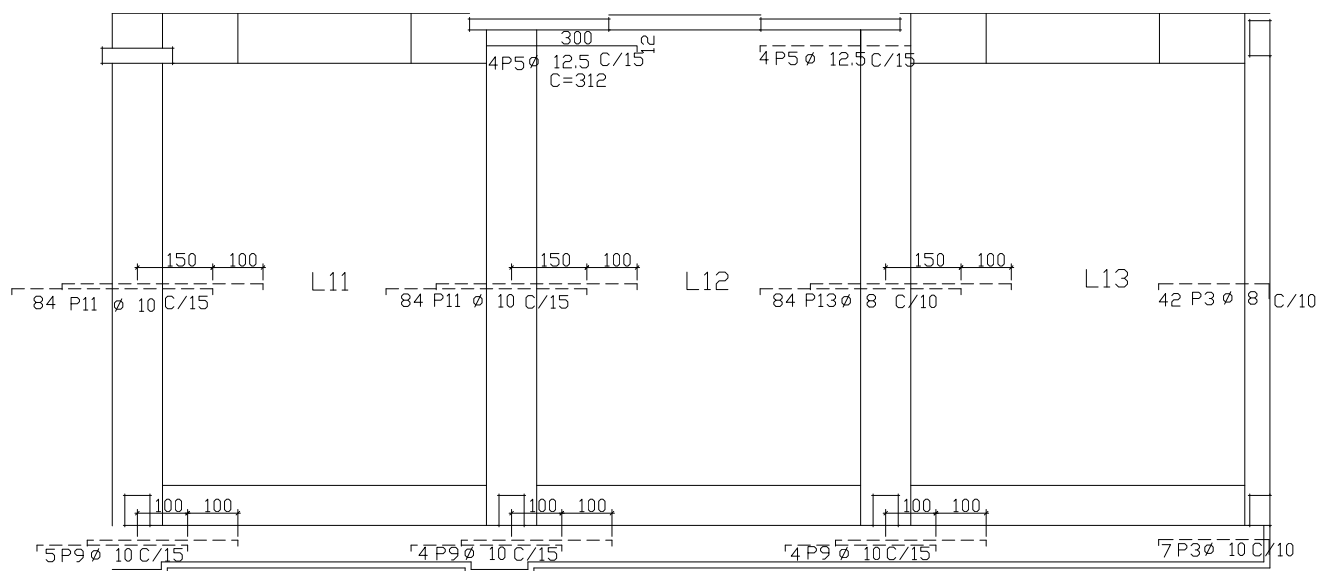


Figura 21: Armação Superior – Armadura Frouxa

VERIFICAÇÃO NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (E.L.S.)

Como para o Caso 1 estudado, foram verificadas, para combinação das ações em serviço, os limites de abertura de fissura nos elementos estruturais estudados no Caso 2, de acordo com as recomendações da NBR 6118:2003.

Foi considerada, para a verificação do estado limite de abertura de fissuras (E.L.S.w), a Combinação Frequente das ações, com os coeficientes redutores $\psi_1 = 0,6$ e $\psi_2 = 0,4$.

Para o Caso 2, foi verificado o E.L.S. dos dois Painéis L.13 e L.11 nas direções mais solicitadas de cada um.

VERIFICAÇÃO NO ESTADO LIMITE DE FISSURAÇÃO

Painel L. 13

Armadura Inferior na Direção X

- **Tela Q 396 - CA 60 ($f_{yk} = 600$ MPa)**

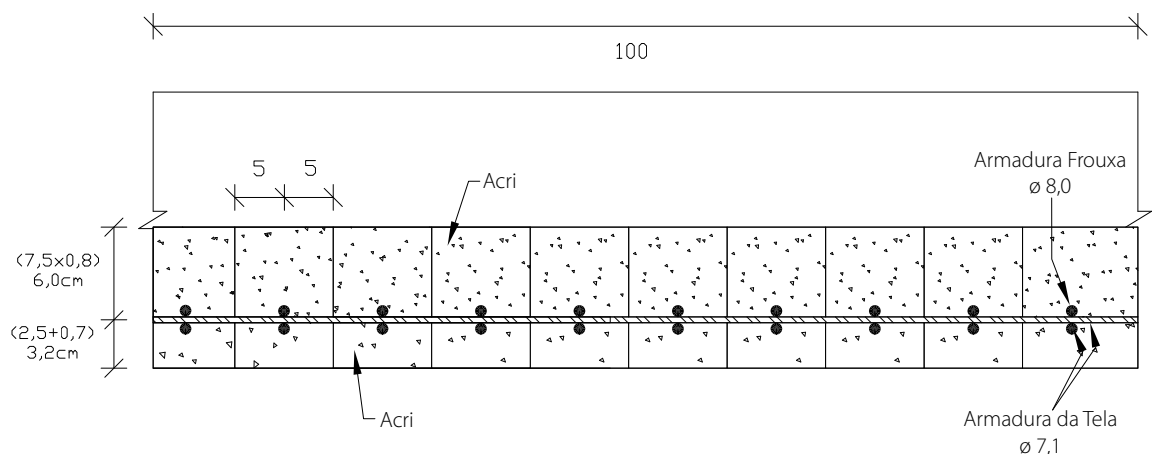
$$A_{s,1} = A_{s, \text{TELA}} = 3,96 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$(\varnothing = 7,1 \text{ c/ } 10)$$

- **Armadura Frouxa - CA 50 ($f_{yk} = 500$ MPa)**

$$A_{s,1} = \text{Armadura Frouxa} - \text{CA } 50$$

$$(\varnothing 8 \text{ c/ } 10)$$



O valor característico da abertura de fissura w_k para cada A_{cri} é dado

$$\begin{cases} w_{k1} = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ctm}} \\ w_{k2} = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left[\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right] \end{cases}$$

A_{cri} = área de concreto protegida pela barra ϕ_i - "região de envolvimento";

ϕ_i = diâmetro da barra que protege a área de concreto A_{cri} ;

E_{si} = módulo de elasticidade do aço da barra considerada;

σ_{si} = tensão de tração no centro de gravidade da armadura no Estádio II;

ρ_{ri} = relação (taxa) entre as áreas de armadura passiva existente e área de concreto A_{cri} ;

η_1 = coeficiente de conformação superficial da armadura;

$$f_{ctm} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

Para As_{r1} (Tela CA 60) Q 396

- $\phi_1 = 7,1 \text{ mm} = 0,71 \text{ cm}$
- $d = 11,2 \text{ cm}$
- $A_{cri} = (5+5) \times 3,2 = 32 \text{ cm}^2$
- $\eta_1 = 1,4$
- $E_{si} = 210 \text{ GPa}$
- $\rho_{ri} = 0,396 \text{ cm}^2 / 32 \text{ cm}^2 = 1,24 \times 10^{-3}$

Para As_{r2} (Barras CA 50)

- $\phi_1 = 8,0 \text{ mm} = 0,8 \text{ cm}$
- $d = 9,6 \text{ cm}$
- $A_{cri} = (5+5) \times 6,0 = 60 \text{ cm}^2$
- $\eta_1 = 2,25$
- $E_{si} = 210 \text{ GPa}$
- $\rho_{ri} = 0,5 \text{ cm}^2 / 60 \text{ cm}^2 = 8,3 \times 10^{-3}$

No Estado Limite de Abertura de Fissura (E.L.S.w), os esforços solicitantes na seção ficam:

$$M_{d, \text{serviço}} = 1,0 \times 1,25 + 0,6 \times 1,08 = 1,90 \text{ tf.m/m}$$

$$E_{cs} = 0,85 \times (5600 \times f_{ck}^{1/2}) = 26071,6 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = 210000 / 26071,6 = 8,06$$

$$b = 100 \text{ cm (largura para a laje)}$$

Equilíbrio da seção no Estádio II

$$1,0 \times \frac{x_{II}^2}{2} - 8,06 \times 3,96 \times 10^{-4} \times (0,112 - x_{II}) - 8,06 \times 5,0 \times 10^{-4} \times (0,096 - x_{II}) = 0$$

$$x_{II} = 0,032 \text{ m} = 3,2 \text{ cm}$$

Momento de inércia da seção no Estádio II

$$I_{II} = \frac{1,0 \times 0,032^3}{2} + 8,06 \times 3,96 \times 10^{-4} \times (0,112 - 0,032)^2 + 8,06 \times 5,0 \times 10^{-4} \times (0,096 - 0,032)^2$$

$$I_{II} = 5,33 \times 10^{-5} m^4$$

Cálculo da Tensão de Tração nas Armaduras, no Estádio II

$$\sigma_{s1} = 8,06 \times \frac{1,90 \times (0,112 - 0,032)}{5,33 \times 10^{-5}} = 22985,4 \text{ tf} / m^2$$

$$\sigma_{s1} = 229,9 \text{ MPa} \quad (\text{armadura da tela})$$

$$\sigma_{s2} = 8,06 \times \frac{1,90 \times (0,096 - 0,032)}{5,33 \times 10^{-5}} = 18388,3 \text{ tf} / m^2$$

$$\sigma_{s2} = 183,9 \text{ MPa} \quad (\text{armadura frouxa})$$

Para $A_{s,1}$ (tela CA60):

$$w_{k1} = \frac{0,71}{12,5 \times 1,4} \times \frac{229,9}{210 \times 10^3} \times \frac{3 \times 229,9}{2,896} = 0,011 \text{ cm} = 0,11 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow w_{k1}(A_{s,1}) = 0,11 \text{ mm}$$

$$w_{k2} = \frac{0,71}{12,5 \times 1,4} \times \frac{229,9}{210 \times 10^3} \times \left[\frac{4}{1,24 \times 10^{-3}} + 45 \right] = 0,015 \text{ cm} = 0,15 \text{ mm}$$

Para $A_{s,2}$ (barra CA50):

$$w_{k1} = \frac{0,8}{12,5 \times 2,25} \times \frac{183,9}{210 \times 10^3} \times \frac{3 \times 183,9}{2,896} = 0,005 \text{ cm} = 0,05 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow w_{k2}(A_{s,2}) = 0,05 \text{ mm}$$

$$w_{k2} = \frac{0,8}{12,5 \times 2,25} \times \frac{183,9}{210 \times 10^3} \times \left[\frac{4}{8,33 \times 10^{-3}} + 45 \right] = 0,013 \text{ cm} = 0,13 \text{ mm}$$

Conclusão

A abertura de fissura efetiva é a menor das duas $w_k(A_{s,1}) = 0,05 \text{ mm}$, porque como as experiências mostram, são as barras mais eficientes que controlam as fissuras.

Painel L. 11

Armadura Inferior na Direção Y

Para $As_{,1}$ (Tela CA 60) Q 283

- $\phi_1 = 6,0 \text{ mm} = 0,60 \text{ cm}$
- $d = 11,2 \text{ cm}$
- $A_{cri} = (5+5) \times (2,5+0,6) = 31 \text{ cm}^2$
- $\eta_1 = 1,4$
- $E_{si} = 210 \text{ GPa}$
- $\rho_{ri} = 0,283 \text{ cm}^2 / 31 \text{ cm}^2 = 9,11 \times 10^{-3}$

Para $As_{,2}$ (Barras CA 50)

- $\phi_1 = 8,0 \text{ mm} = 0,8 \text{ cm}$
- $d = 8,8 \text{ cm}$
- $A_{cri} = (5+5) \times (7,5 \times 0,8) = 60 \text{ cm}^2$
- $\eta_1 = 2,25$
- $E_{si} = 210 \text{ GPa}$
- $\rho_{ri} = 0,5 \text{ cm}^2 / 60 \text{ cm}^2 = 8,3 \times 10^{-3}$

No Estado Limite de Abertura de Fissura (E.L.S.w), os esforços solicitantes na seção ficam:

$$M_{d, \text{serviço}} = 1,0 \times 1,22 + 0,6 \times 0,98 = 1,81 \text{ tf.m/n}$$

$$E_{cs} = 0,85 \times (5600 \times f_{ck}^{1/2}) = 26071,6 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = 210000 / 26071,6 = 8,06$$

$b = 100 \text{ cm}$ (largura para a laje)

Equilíbrio da seção no Estádio II

$$1,0 \times \frac{x_{II}^2}{2} - 8,06 \times 2,83 \times 10^{-4} \times (0,106 - x_{II}) - 8,06 \times 3,15 \times 10^{-4} \times (0,088 - x_{II}) = 0$$

$$x_{II} = 0,0274 \text{ m} = 2,74 \text{ cm}$$

Momento de inércia da seção no Estádio II

$$I_{II} = \frac{1,0 \times 0,0274^3}{2} + 8,06 \times 2,83 \times 10^{-4} \times (0,106 - 0,0274)^2 + 8,06 \times 4,0 \times 10^{-4} \times (0,088 - 0,0274)^2$$

$$I_{II} = 3,62 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Cálculo da Tensão de Tração nas Armaduras, no Estádio II

$$\sigma_{s1} = 8,06 \times \frac{1,81 \times (0,106 - 0,0274)}{3,62 \times 10^{-5}} = 31675,8 \text{ tf/m}$$

$$\sigma_{s1} = 316,8 \text{ MPa} \quad (\text{armadura da tela})$$

$$\sigma_{s2} = 8,06 \times \frac{1,81 \times (0,088 - 0,0274)}{3,62 \times 10^{-5}} = 24421,8 \text{ tf} / \text{m}^2$$

$$\sigma_{s2} = 244,2 \text{ MPa} \quad (\text{armadura frouxa})$$

Para $A_{s,1}$ (tela CA60):

$$w_{k1} = \frac{0,6}{12,5 \times 1,4} \times \frac{316,8}{210 \times 10^3} \times \frac{3 \times 316,8}{2,896} = 0,017 \text{ cm} = 0,17 \text{ mm}$$

$$w_{k2} = \frac{0,6}{12,5 \times 1,4} \times \frac{316,8}{210 \times 10^3} \times \left[\frac{4}{9,1 \times 10^{-3}} + 45 \right] = 0,025 \text{ cm} = 0,25 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow w_k(A_{s1}) = 0,17 \text{ mm}$$

Para $A_{s,2}$ (barra CA50):

$$w_{k1} = \frac{0,8}{12,5 \times 2,25} \times \frac{244,2}{210 \times 10^3} \times \frac{3 \times 244,2}{2,896} = 0,008 \text{ cm} = 0,08 \text{ mm}$$

$$w_{k2} = \frac{0,8}{12,5 \times 2,25} \times \frac{244,2}{210 \times 10^3} \times \left[\frac{4}{8,3 \times 10^{-3}} + 45 \right] = 0,017 \text{ cm} = 0,17 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow w_k(A_{s2}) = 0,08 \text{ mm}$$

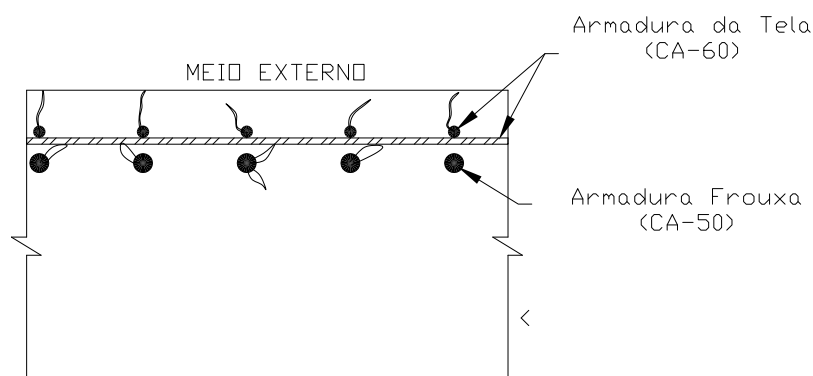
Conclusão

A abertura de fissura efetiva é a menor das duas $w_k(A_{s,2}) = 0,08 \text{ mm}$, porque como as experiências mostram, são as barras mais eficientes que controlam as fissuras.

Considerações Finais

Por coincidência, nos dois casos, os valores obtidos para abertura de fissura para a área crítica no entorno das barras de CA-50 (0,1 mm) foram próximos dos valores obtidos para a tela soldada (0,07 mm - caso 1; e 0,05mm e 0,08 mm – caso 2). De qualquer forma, a estimativa teórica para os 2 casos é a menor, isto é, a da tela soldada.

No entanto, em outros casos, seria possível a obtenção de um valor de abertura de fissura bem maior para as barras de CA-50 (por exemplo, no caso de barras com diâmetros grandes). Dessa forma, a tela soldada teria uma função muito importante, de garantir abertura de fissura limitada. Portanto, a abertura das fissuras é controlada pelas barras mais eficientes.



Assim, a abertura de fissura junto as barras da tela soldada é que deve respeitar o limite estabelecido por norma, e uma vez respeitado, a tela soldada protege também a armadura CA 50, mesmo que a abertura de fissura nestas barras seja maior do que na tela.

CONCLUSÃO FINAL

Neste estudo foi possível mostrar a possibilidade de se utilizar dois tipos de aço CA50 e CA60 para se armar uma peça de concreto.

Particularmente, pôde-se comprovar que a tela contribui não somente na ruptura da peça de concreto armado, mas também no controle de abertura de fissura da peça. Como exemplo desta utilização podemos citar também a armação de revestimentos de galerias de metrô.

No caso do estado limite último da peça, a tela entra no equilíbrio da peça, bastando avaliar somente se a mesma está escoando ou não, para definir o valor de tensão na barra de aço.

No estado limite de utilização a tela também é de grande importância no controle da abertura máxima da fissura como também ficou mostrado neste estudo.